MASTER AGII

SURVEILLANCE DES SYTEMES DE PRODUCTION

Belkacem OULD BOUAMAMA

Professeur : Ecole Polytechnique de Lille (poltech-lille.fr)
Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal (LAGIS - UMR CNRS 8021)

Coordonnées :
Belkacem.ouldbouamama@polytech-lille.fr
Tel: (33) (0) 3 28 76 73 97 , mobile : (33) (0) 6 67 12 30 20 , Bureau F014 Polytech'Lille
Pages personnelles :
http://rimbaut.univ-lille1.fr/twiki/bin/view/Main/BelkacemBouamama

Polytech'Lille Réseau eiffel

USTL

PLAN

- Introduction : place de la surveillance dans un système de supervision
- Synthèse des méthodes de surveillance
- Analyse structurelle et graphe biparti
- Redondance d'informations pour la surveillace
- Synthèse d'observateurs pour la surveillance
- Décisions statistiques
- Les bond graphs pour la surveillace
- Conception d'un système des supervision.
- Conclusions et Bibliographie

1. INTRODUCTION

3

INTRODUCTION : Quelques définitions

➲ Processus industriel

- Assemblage fonctionnel de composants technologiques associés les uns aux autres de façon à former une entité unique accomplissant ou pouvant accomplir une activité clairement définie

➲ Architecture du système

- Modèle orienté composant qui décrit directement le processus industriel comme un réseau des composants industriels.

➲ P&ID (Piping and Instrumentation Diagrams)

- Plans des Instruments Détaillés ou diagrammes d'acheminement et d'instrumentation. utilisé pour une description visuelle de l'architecture du processus (utilise norme ISO)

➲ Fonctionnement normal

- Comportement appartenant à un ensemble de comportements nominaux pour lesquels le système a été conçu

INTRODUCTION : Quelques définitions

➲ Défaillance

- Modification suffisante et permanente des caractéristiques physiques d'un composant pour qu'une fonction requise ne puisse plus être assurée dans les conditions fixées.
  - Défaillances naissantes
  - Ayant un caractère passager
  - Constantes
  - Evoluant dans le temps
  - Catastrophique

➲Faute (ou défaut)

- Déviation d'une variable observée ou d'un paramètre calculé par rapport à sa valeur fixée dans les caractéristiques attendues du processus lui-même, des capteurs, des actionneurs ou de tout autre équipement.

INTRODUCTION : Quelques définitions

➲Défauts capteur.

- Se caractérisent par un écart entre la valeur réelle de la grandeur et sa mesure.

➲ Défauts d'actionneurs.

- Ils se traduisent par une incohérence entre les commandes et la sortie (la pompe délivre un débit incohérent avec sa caractéristique hydraulique).

➲ Défauts du processus physique.

- Défaillances dues à des modifications de la structure (fuite, rupture d'un organe,...) ou des paramètres du modèle (encrassement d'un tube d'un four, bouchage d'un tube, ..)

INTRODUCTION : Quelques définitions

➲ Défauts du système (ou de l'algorithme) de commande.

- Ils se caractérisent par un écart entre la valeur réelle de la sortie du contrôleur (selon l'algorithme implémenté) et sa mesure

➲ Une panne

- Interruption permanente de la capacité du système à réaliser sa fonction requise.

INTRODUCTION : Quelques définitions

➲ Symptômes

- Traductions d'un changement d'un comportement d'une variable détectée par comparaison à des valeurs de référence.

➲ Contraintes

- Limitations imposées par la nature (lois physiques) ou l'opérateur.

➲ Résidu ou indicateur de faute

- exprime l'incohérence entre les informations disponibles et les informations théoriques fournies par un modèle

➲ Erreur

- Ecart entre une valeur mesurée ou estimée d'une variable et la vraie valeur spécifiée par un capteur étalon ou jugée (par un modèle) théoriquement correcte.

➲ Spécifications (cahier des charges)

- Objectifs que doit atteindre le système de surveillance

INTRODUCTION : Historique

➲ Depuis 1840: Apparition de l’automatique

- Tâches : améliorer la qualité des produits finis, la sécurité et le rendement des unités en implantant des commandes performantes

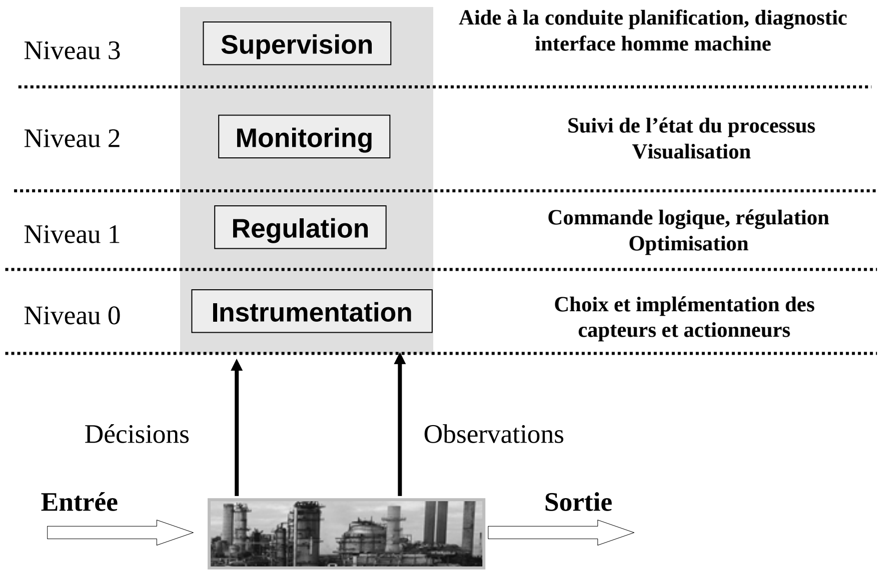
➲ Depuis 1980, nouveau challenge : Supervision

- Rôles : Fournir à l'opérateur humain une assistance dans ses tâches urgentes de gestion des situations d'alarmes pour l'augmentation de la *fiabilité, de la disponibilité et de la sûreté de fonctionnement du processus.*

➲Apparition de l’automatisation intégrée

- Commande des systèmes de production et sûreté de fonctionnement, maintenance, gestion technique, diagnostic de fonctionnement

INTRODUCTION : Automatisation intégrée



What is a supervision ?

➲ Supervision :

➢ Set of tools and methods used to operate an industrial process in normal situation as well as in the presence of failures.

➲ Activities concerned with the supervision :

➢ Fault Detection and Isolation (FDI) in the diagnosis level, and the Fault Tolerant Control (FTC) through necessary reconfiguration, whenever possible, in the fault accommodation level.

SUPERVISION

FDI : How to detect and to isolate a faults ?

FTC : How to continue to control a process ?

Objective of the supervision

Something goes wrong...

- ***Equipment failure***
- ***Process drift***
- ***Human error***

➲ Alarms appear

➲ Even minor problems can rapidly escalate

➲ Long reaction time before decision

Everything is OK but changing...

➲ Optimisation of the operations

Control and diagnosis Tasks

➲ Many advances in Cont. Eng. BUT

- systems do not render the services they were designed for
- systems run out of control energy and material waste, loss of production, damage to the environment, loss of human lives

➲ Malfunction causes

- design errors, implementation errors, human operator errors, wear, aging, environmental aggressions

FDI Purpose

➲ detect malfunctions in real time, as soon and as surely as possible,

➲ find their root cause, by isolating the system component(s) whose operation mode is not nominal

➲ diagnose the fault by identifying some fault model

Fault Tolerance (FT) system under fault situations

➲ Two approches

- passive approach (robust to faults)

- active approach
  - (fault accommodation / system reconfiguration / objective reconfiguration)

➲Analysis of fault tolerance :

- is a given system, in a given fault situation, still able to achieve its objective(s) ?

➲ Design of fault tolerance :

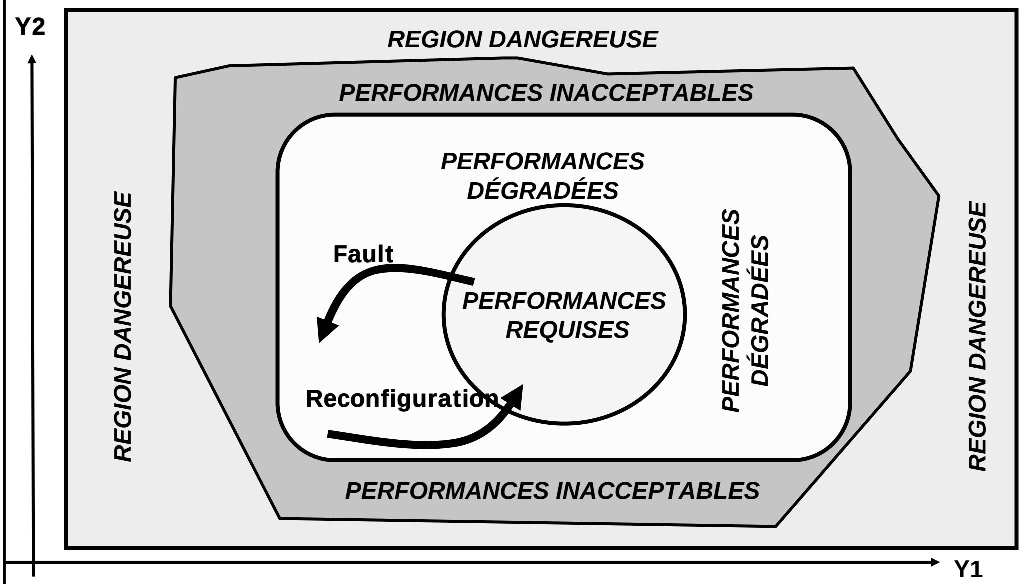
- provide the system with the hardware architecture and the sofware mechanisms which will allow, if possible, to achieve a given objective not only in normal operation, but also in given fault situations.

FTC levels

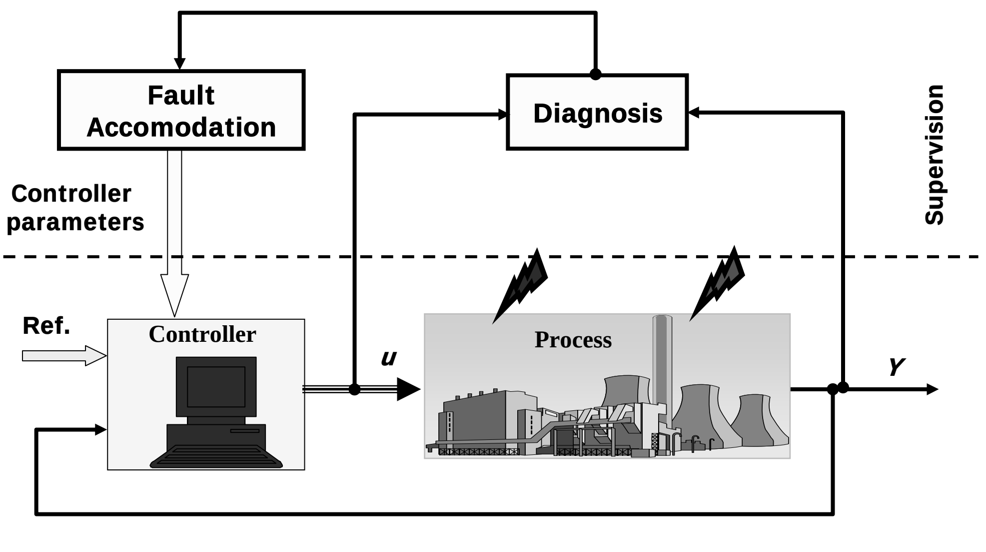
Main problematics

See : M. blanke and al. « Diagnosis and Fault Tolerant Control » Springer Verlag 2003

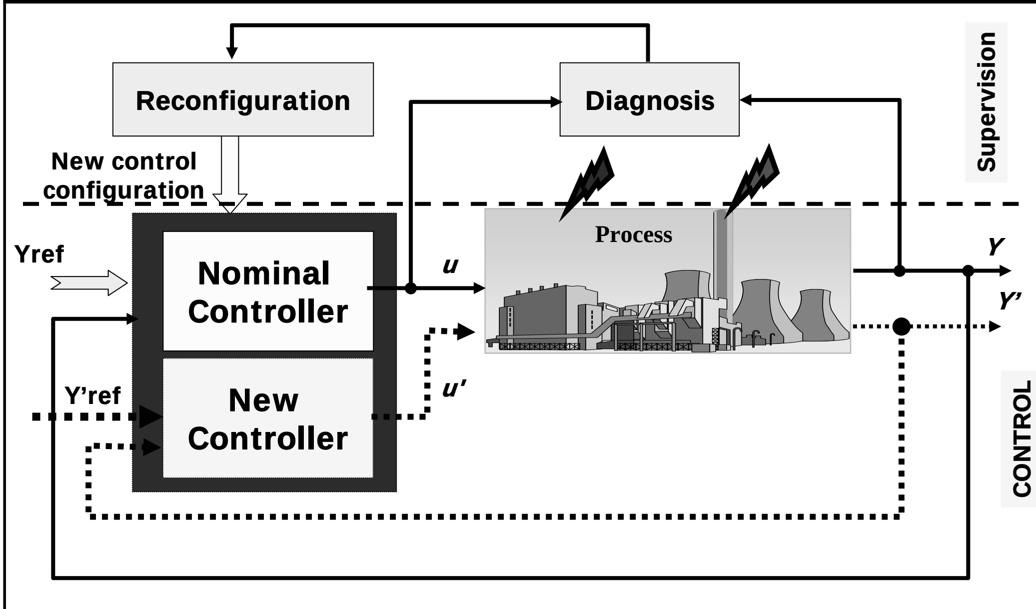
Relation entre FDI et FTC Perf=F(Y1,Y2)



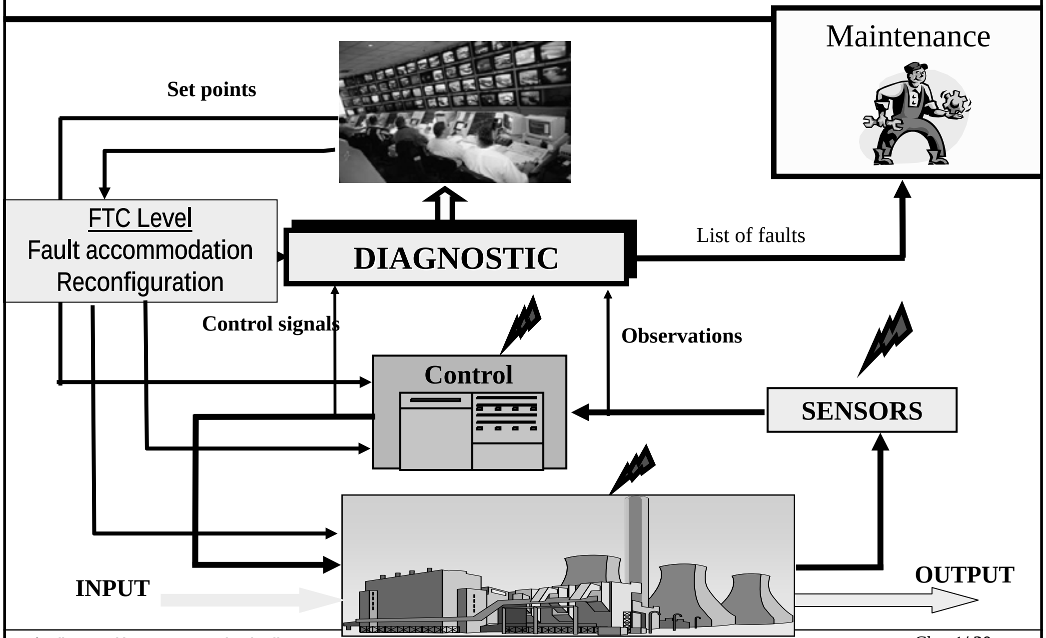
Fault accommodation



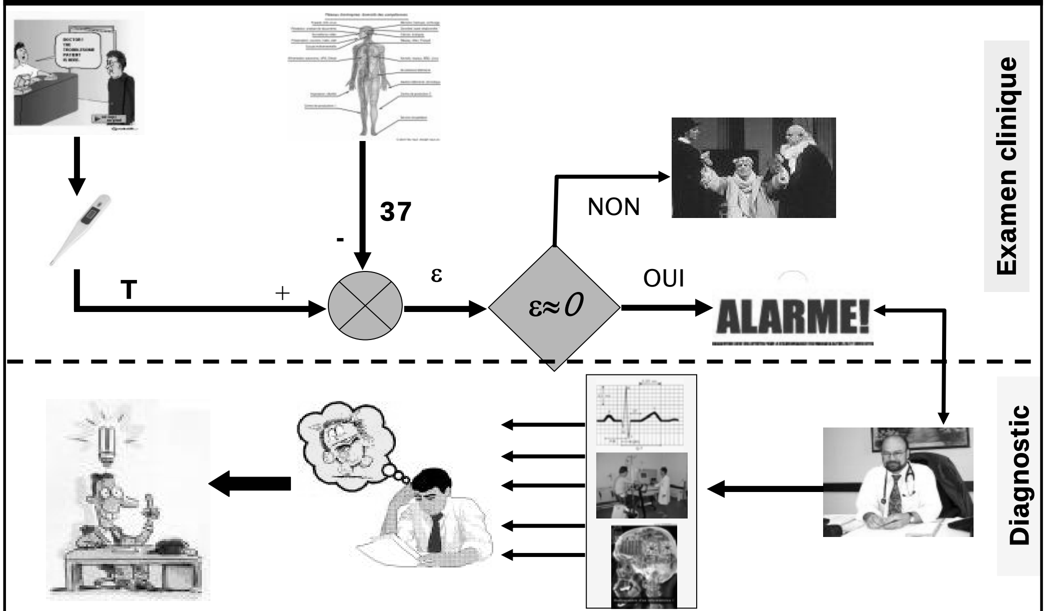
Fault Reconfiguration



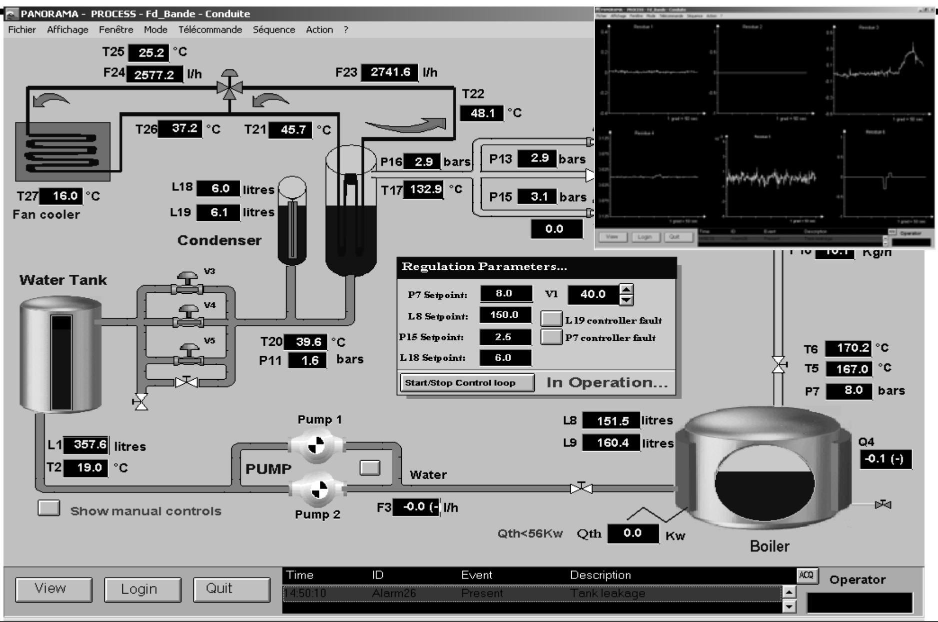
SUPERVISION in INDUSTRY



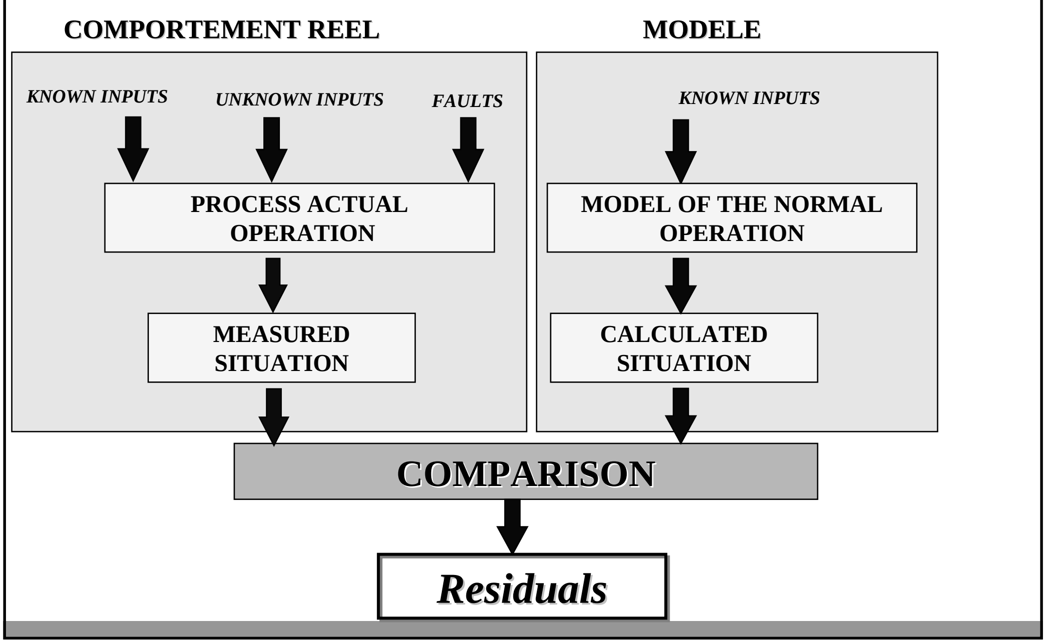
Medical interpretation



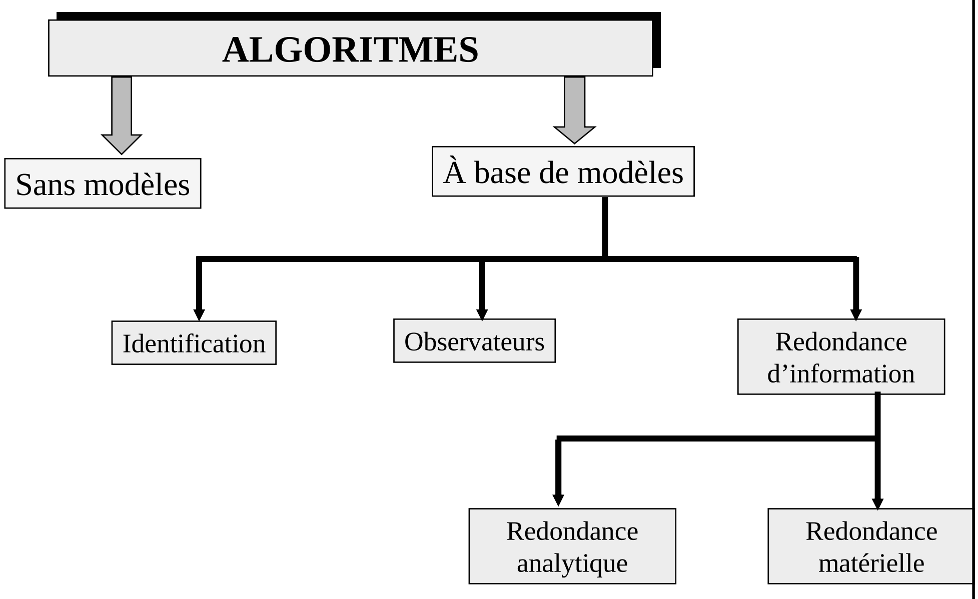
supervision Graphical User Interface



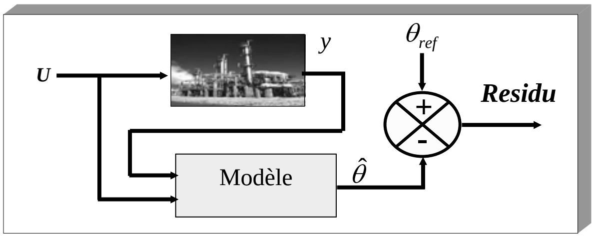
MODEL-BASED RESIDUAL GENERATION

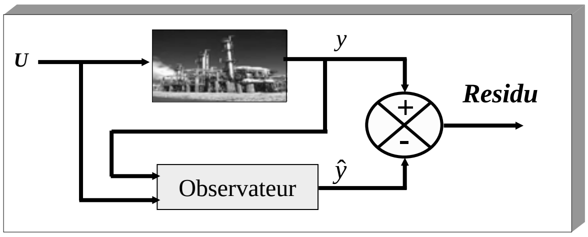


DIAGNOSTIC METHODS (2/2)

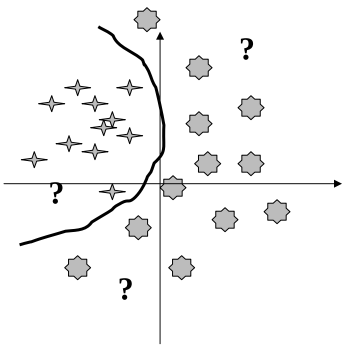


Diagnostic par identification et observateurs





No model based

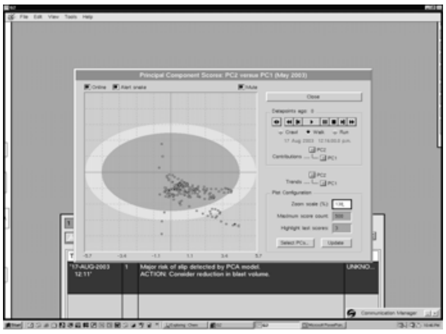


- **Only experimental data are exploited**
- **Methods : statistical learning, data analysis, pattern recognition, neuronal networks, etc.**
- **Problems**
  - **need historical data in normal and in abnormal situations,**
  - **every fault mode represented ???**
  - **generalisation capability ??**

METHODES SANS MODELES

➲Méthodes de reconnaissances de formes

- Détermination d'un certain nombre de classes (apprentissage)
- A chaque classe est associé un mode de fonctionnement (normal, défaillant)
- Chaque donnée prélevée est affectée à l'une de ces classes : determination du mode de fonctionnement



METHODES QUALITATIVES

➲ Utilise la connaissance intuitive du monde :

- appliquer des modéles de pensée humaine pour des systèmes physiques
- Exemple : « Quand le débit augmente, la température doit diminuer)

➲L'avantage principal des méthodes qualitatives:

- possibilité de n'utiliser que le modèle qualitatif: aucun besoin de grandeurs numériques des paramètres ni de connaissances profondes sur la structure du système.

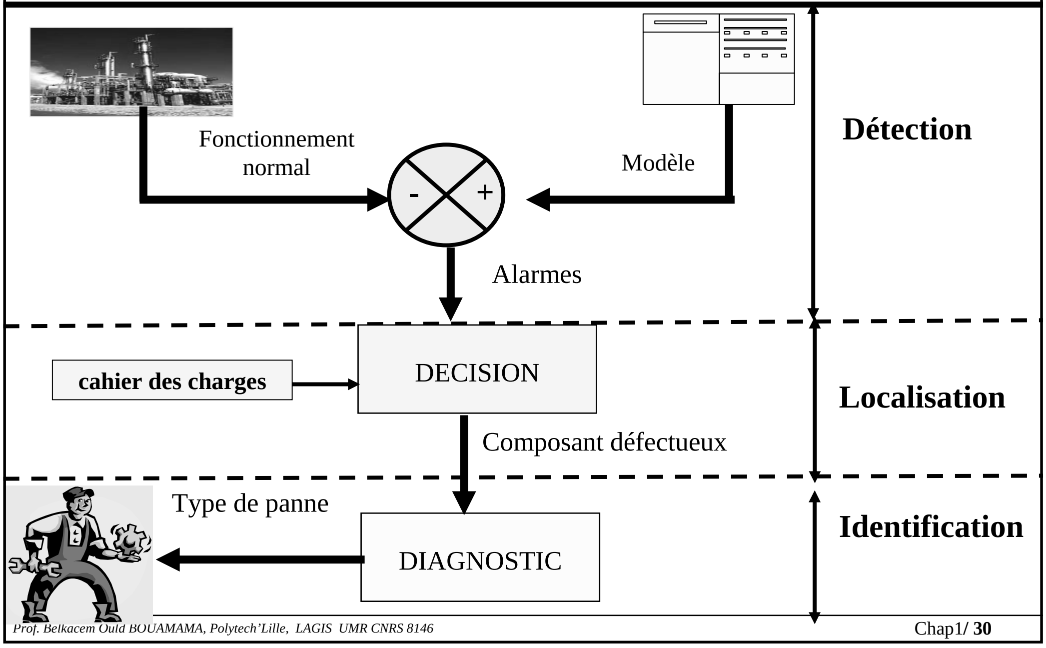
➲Inconvénients

- Les défaillances des capteurs ne sont pas détectées. Il n'est pas aisé de déterminer les valeurs limites inférieures et supérieures de déviation. D'autre part un problème combinatoire peut apparaître lors des procédures d'inférences pour les systèmes complexes.

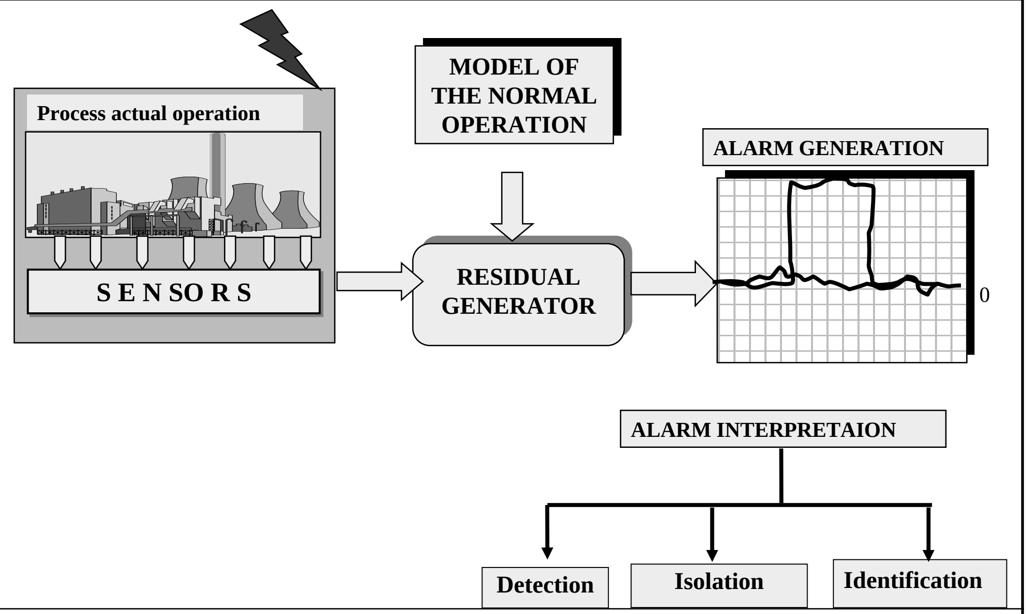
Residual generation methods

- ➲ Three main approches
  - Parity space
  - Observer-based
  - Identificaion
- ➲Used tools and theories
  - Structural analysis
  - Analytical redundancy
  - Graphes, Bond graphs
  - Observers
  - Fuzzy logic
  - IA
  - ..

Tâches d'un système de surveillance : FDI



Model-based FDI



Détection

➲1. Détection

- ➢ Opération logique : On déclare le système est défaillant ou non défaillant
- ➢ Les critères
  - *Non détection ou détection trop tardive* ➽ Conséquences catastrophique sur le process
  - *Fausses alarmes* ➽ Arrêts inutiles de l'unité de production. Plus de confiance de l'opérateur
- ➢ Test d'hypothèses : La détection se ramène à un test d'hypothèses
  - H0 : hypothèse de fonctionnement normal (Domaine de décision D0)
  - H1 : hypothèse de fonctionnement défaillant (Domaine D1)
  - Dx : Domaine de non décision

Détection

- Problematic
  - Given R=[r_1, ….r_n] fault indicators
  - Two distributions are known *p(Z/H_0) and p(Z/H_1)*
  - One of two hypotheses, H_0 or H_1 is true
- What to do ?
  - Verify if each r_i (i=1,..n) belongs to *p(Z/H_0) and p(Z/H_1)*
  - 4 possibilités

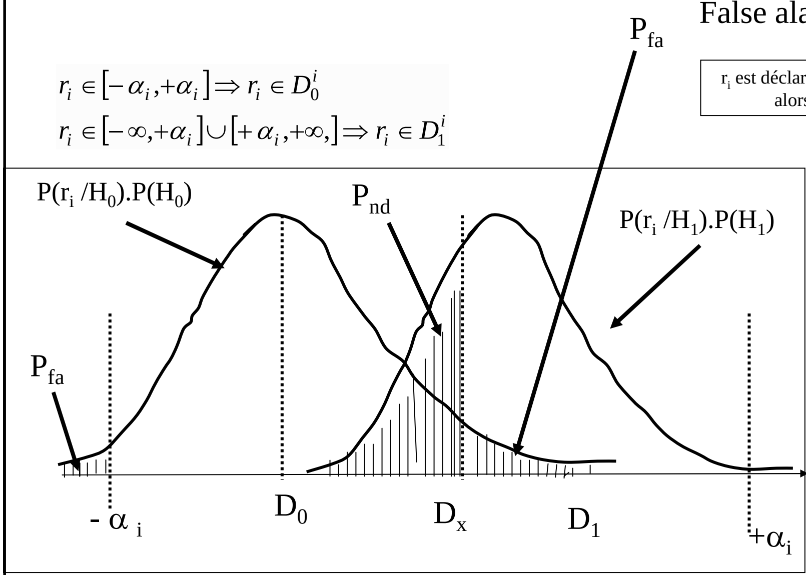
	H_0	**H_1**
Decide H_0	**OK**	**Missed detection**
Decide H_1	**False alarm**	**OK**

Détection

False alarm

$$r_i \in [-\alpha_i, +\alpha_i] \Rightarrow r_i \in D_0^i$$
$$r_i \in [-\infty, +\alpha_i] \cup [+\alpha_i, +\infty,] \Rightarrow r_i \in D_1^i$$

r_i est déclaré appartenir à H1 (défaillant) alors qu'il appartient à H0



α_i : choisi pour assurer un bon compromis :
• Probabilité H1 min.
•Probabilité de Pnd min.

α_i < probabilité de fausse alarme limite fixée.

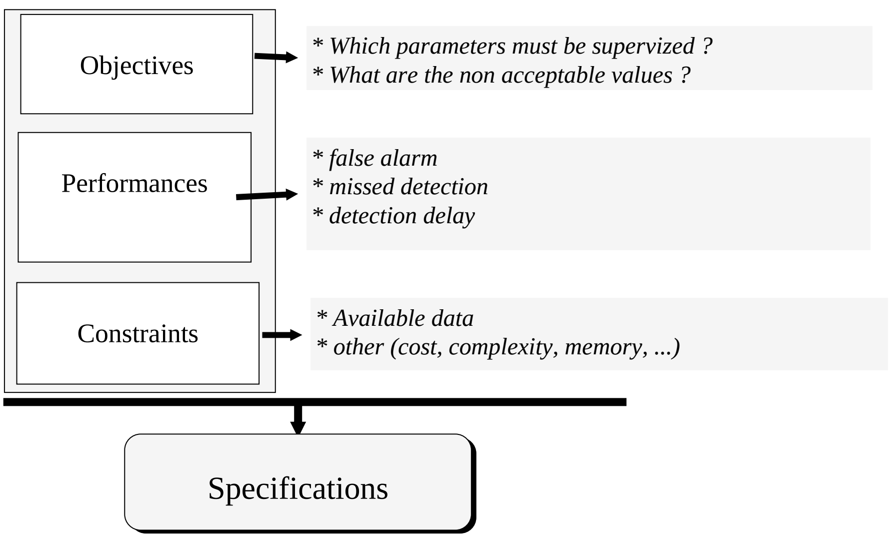
➲ 2. Localisation

- ➢ Etre capable de localiser le ou les éléments défaillants
- ➢ Les critères
  - *<u>Non isolabilité</u>* ➽ Conséquences catastrophique sur le process
  - *<u>Fausses isolabilité</u>* ➽ Arrêts inutiles de l'unité (ou de l'équipement) défaillant. Plus de confiance de l'opérateur de maintenance

➲Identification (diagnostic)

- ➢ Lorsque la faute est localisée, il faut alors identifier les causes précises de cette anomalie. On fait alors appel à des signatures répertoriées par les experts et validées après expertise et réparation des dysfonctionnements.

Specifications



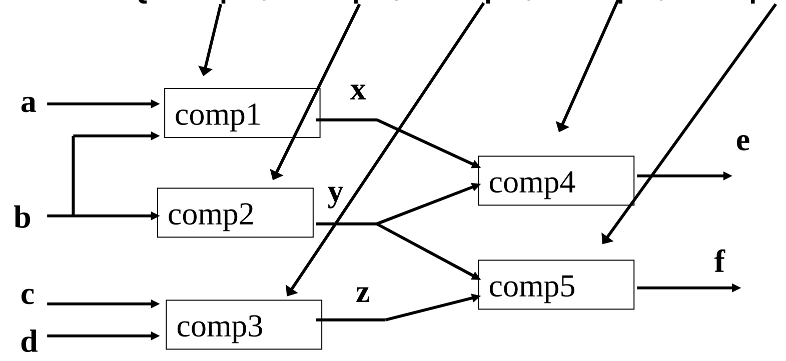
I. Systems and faults

37

System (1)

A system is a set of interconnected components

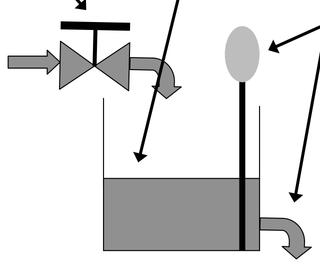
➲COMPS = {comp1, comp2, comp3, comp4, comp5}



System (2)

A system is a set of interconnected components

➲COMPS = {input valve, tank, output pipe, level sensor}



System (3)

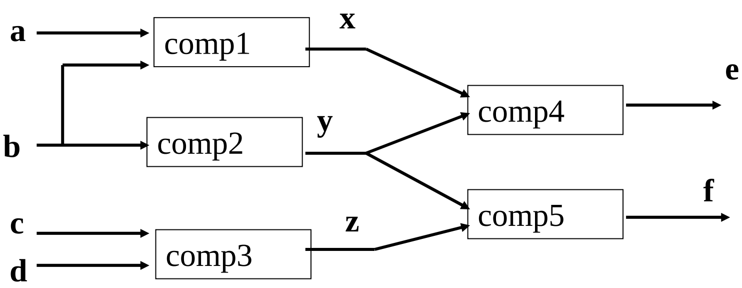
➲When non faulty, each component achieves some function of interest

- because it exploits some physical principle(s)
- which are expressed by some relationship(s) between the time evolution of some system variables.

Relationships are called constraints,
Time evolution of a variable is its trajectory.

System (4)

SM is the set of all those constraints



$$x = a \vee b$$
$$y = \neg b$$
$$z = c \vee d$$
$$e = x \wedge y$$
$$f = z \wedge (\neg y)$$

System (5)

SM is the set of all those constraints

Input valve $u(t) = 0 \Rightarrow q_i(t) = 0$

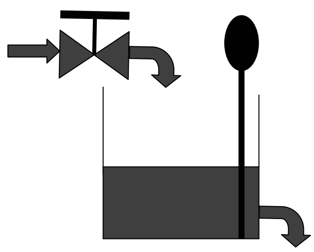
$u(t) = 1 \Rightarrow q_i(t) = \alpha$

Tank $\dfrac{dl(t)}{dt} = q_i(t) - q_o(t)$

Output pipe $q_o(t) = k\sqrt{l(t)}$

Level sensor $y(t) = l(t) + \varepsilon(t)$

$\varepsilon \approx N(0, \sigma)$



Faults (1)

Normal operation is the simultaneous occurence of two situations

1) components really behave as the designer expects

2) interactions between the system and its environment are compatible with the system's objectives.

Faults (2)

1) components behave as the designer expects

IF NOT : INTERNAL FAULT

$\Rightarrow$ constraints applied to the variables are the nominal ones $\Rightarrow$ OK(comp) is true

Fault (3)

SD is now ...

OK(comp1) ⇒ x = a ∨ b
OK(comp2) ⇒ y = ⌉b
OK(comp3) ⇒ z = c ∨ d
OK(comp4) ⇒ e = x ∧ y
OK(comp5) ⇒ f = z ∧ (⌉y)

OK(input valve) ⇒ $u(t) = 0 \Rightarrow q_i(t) = 0$

$u(t) = 1 \Rightarrow q_i(t) = \alpha$

OK(tank) ⇒ $\frac{dl(t)}{dt} = q_i(t) - q_o(t)$

OK(output pipe) ⇒ $q_o(t) = k\sqrt{l(t)}$

OK(level sensor) ⇒ $y(t) = l(t) + \varepsilon(t)$

$\varepsilon \approx N(0, \sigma)$

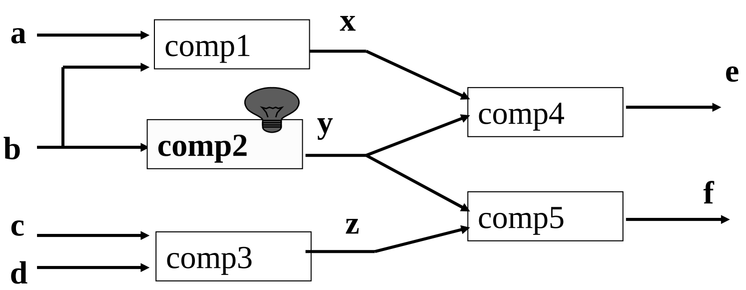
Faults (4)

2) interactions between the system and its environment are compatible with the system's objectives

IF NOT : EXTERNAL FAULT

Examples of internal faults (1)

y $\neq$ ⌉b $\Rightarrow$ OK(comp2) is false



Examples of internal faults (2)

Actuator fault : input valve is blocked open

$u(t) = 0 \Rightarrow q_i(t) = \alpha$

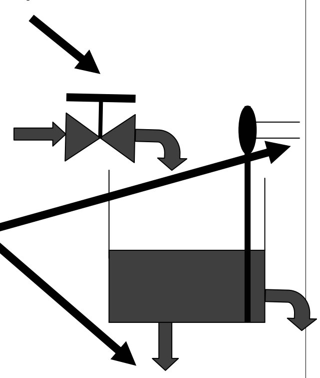
$u(t) = 1 \Rightarrow q_i(t) = \alpha$

Process fault : the tank is leaking

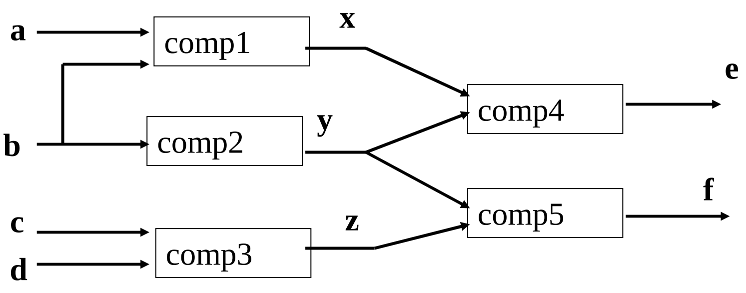
$$\frac{dl(t)}{dt} = q_i(t) - q_o(t) - q_l(t)$$

Sensor fault : noise has improper statistical characteristics

$$y(t) = l(t) + \varepsilon(t)$$
$$\varepsilon \approx N(b, \Sigma)$$



Examples of external faults (1)

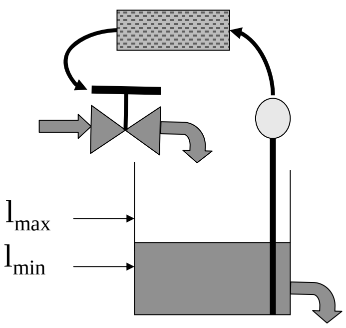


a = 2

Examples of external faults (2)

Control algorithm objective :
$l_{min} \leq l(t) \leq l_{max}$
cannot be achieved for too large output flows

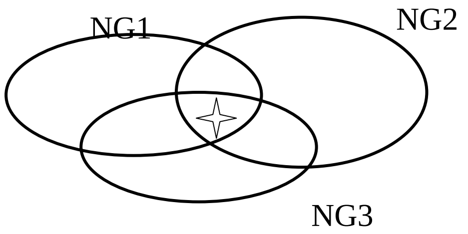
$$\int_{t_1}^{t_2} q_o(t)dt > l(t_1) + \alpha(t_2 - t_1) - l_{\min}$$

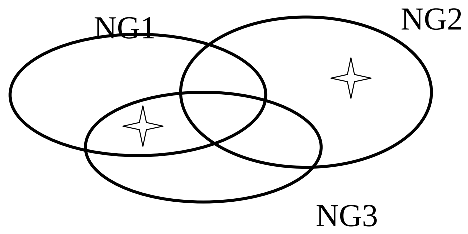


Model based approaches (2)

Definition (conflict or NOGOOD)

NG is a conflict $\Leftrightarrow$ NG $\subseteq$ COMPS and SD $\cup$ {OK(X)$\mid$X $\in$ NG} $\cup$ OBS is not consistent





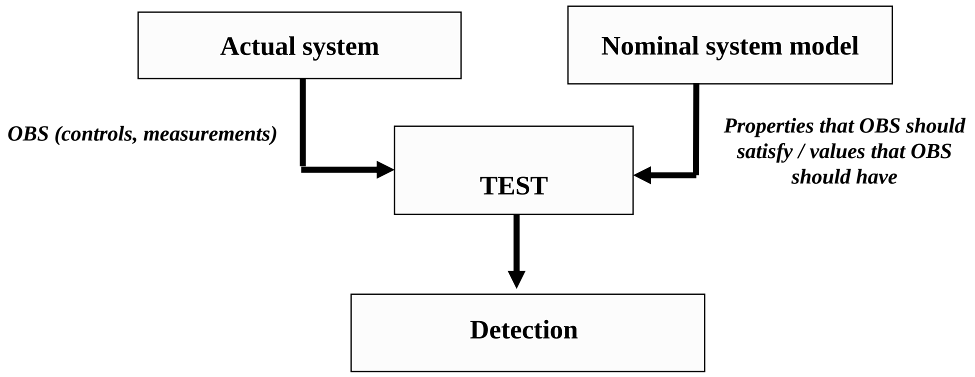
Problems

1) For some given S $\subseteq$ COMPS, how to check the consistency of
SD $\cup$ {OK(X)$\mid$X $\in$ S} $\cup$ OBS

2) How to find the collection of the NOGOODS

How to check the consistency

Compare actual system and nominal system



Two means to check consistency

➲Analytical Redundancy

- properties that OBS should satisfy if actual system healthy
- properties that are satisfied by the nominal system trajectories
- check whether they are true or not

➲Observers

- values that OBS should have if actual system healthy
- simulate / reconstruct the nominal system trajectories
- check whether they coincide with actual system trajectories

CHAP2:
Structural Analysis
using bi-partite graphs

Outline

1) Motivations
2) Structural description
3) Structural properties
4) Matching
5) Causal interpretation of matchings
6) Subystems characterization
7) System decomposition
8) Conclusion

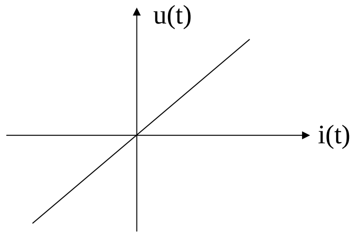
1) Motivations

- Complex systems : hundreds of variables and equations
- Many different configurations
- Many different kinds of models (qualitative, quantitative, static, dynamic, rules, look-up tables, …)
- Description of physical plants as interconnected subsystems
- Analytic models not available

The structural description of a system expresses only the links between the variables and the constraints

$u - r\,i = 0$ there is a constraint which links u(t), r(t) and i(t)

if r is a given parameter



<u>Advantages of this approach</u>

- easy to implement and suited for complex systems
- allows to determine the FDI/FTC possibilities
- no a priori knowledge of the model equations is necessary

BUT .....

Structural analysis produces only structural properties

- can the system be observed ?
  - can all the system variables be computed from the knowledge of the sensors outputs
- can the system be controlled ?
  - can all the system variables be given arbitrary values
- can the system be monitored ?
  - can the malfunction of the system components be detected and isolated
- can the system be reconfigured ?
  - can the system achieve some objective in spite of the malfunction of some components

2) Structural description

Behaviour model of a system : a pair (C, Z)

$Z = \{z_1, z_2,...z_N\}$ is a set of variables and parameters,
$C = \{c_1, c_2,...c_M\}$ is a set of constraints

variables
quantitative, qualitative, fuzzy

time
continuous, discrete

Constraints
algebraic and differential equations,
difference equations,
rules, etc.

Example : state and measurement equations

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), \theta)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), \theta)$$

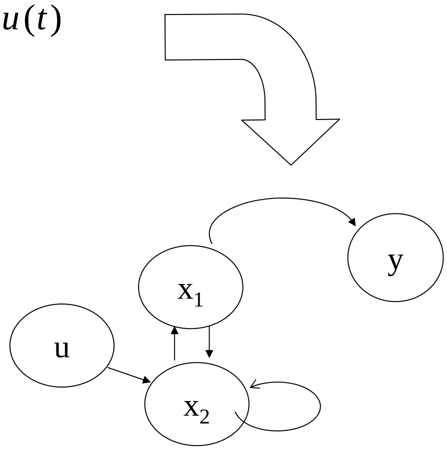
$$Z = x \cup u \cup y$$

$$C = f \cup g$$

Directed graph representation

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ d \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (e \quad 0) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$



Structured matrices : independent a, b, c, d, e

$$A = \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & c \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 \\ d \end{pmatrix}$$

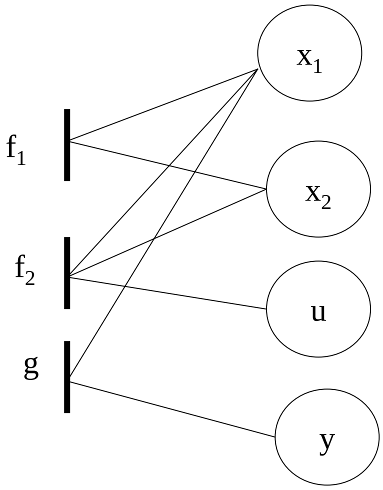
$$C = (e \quad 0)$$

• If a, b, c, d, e not independent, the constraint which links them should be represented
• digraphs do not represent algebraic constraints

Bi-partite graph representation

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ d \end{pmatrix} u(t)$$

$$y(t) = (e \quad 0) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$



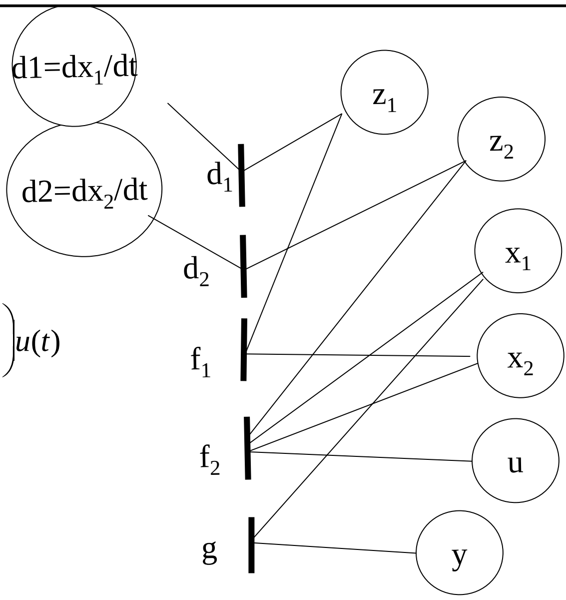
Standard form

$$\begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ d \end{pmatrix} u(t)$$

$$z_1 = \frac{dx_1}{dt}$$

$$z_2 = \frac{dx_2}{dt}$$

$$y(t) = (e \quad 0) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$



Constraints are : d_1, d_2, f_1, f_2 and g

Bi-partite Graph ?

- Bi-partite graph : links between variables and constraints
- F = {f1, f2, f3,..., fm} : constraints
- Z = {z1, z2, z3,..., zn} : variables.
- U, subset of control variables
- Y, subset of measured variables
- X, subset of unknown variables
- Structure = binary relation
- S : F x Z $\rightarrow$ {0, 1}
- (fi, zj) $\rightarrow$ S(fi, zj)

Incidence matrix

Elle représente les liens entre les var. et les paramètres du système d'une part , et les contraintes introduites Par les composants d'autre part

$$\begin{pmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ d \end{pmatrix} u(t)$$

$$z_1 = \frac{dx_1}{dt}$$

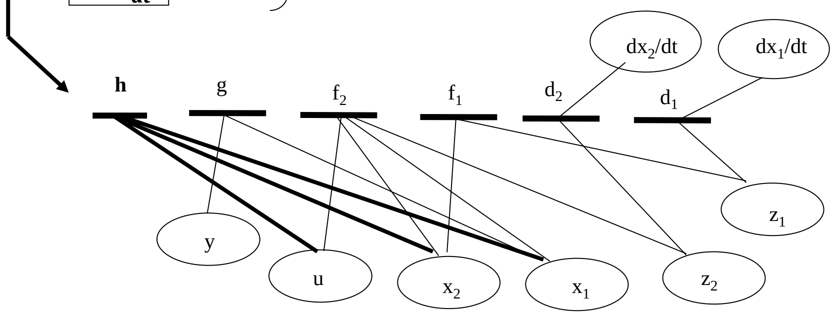
$$z_2 = \frac{dx_2}{dt}$$

$$y(t) = (e \quad 0) \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

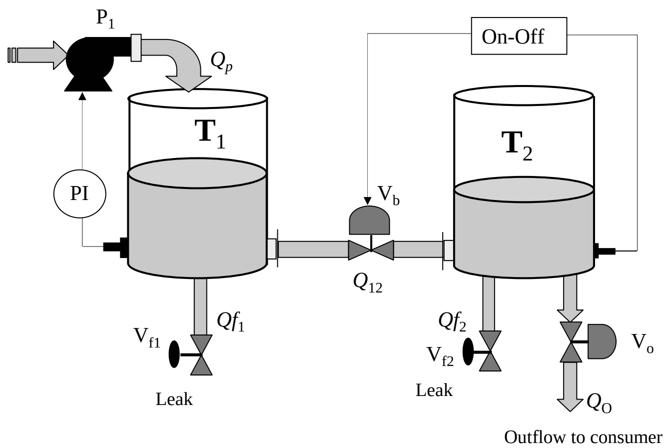
y	u	x_1	x_2	z_1	z_2
0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0

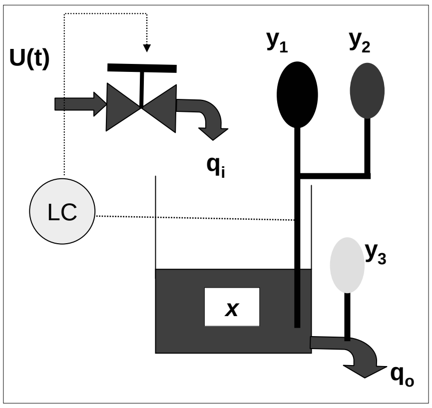
Differential and algebraic equations

$$\left.\begin{array}{l}\boxed{\begin{array}{l}\dot{x}_d = f(x_d, x_a, u)\\ 0 = h(x_d, x_a, u)\\ y = g(x_d, x_a, u)\end{array}}\\ \boxed{\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt}}\end{array}\right\}\quad \begin{array}{l}Z = x_d \cup x_a \cup \dot{x}_d \cup u \cup y\\ C = f \cup g \cup h \cup \frac{d}{dt}\end{array}$$

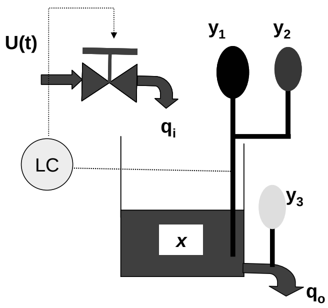


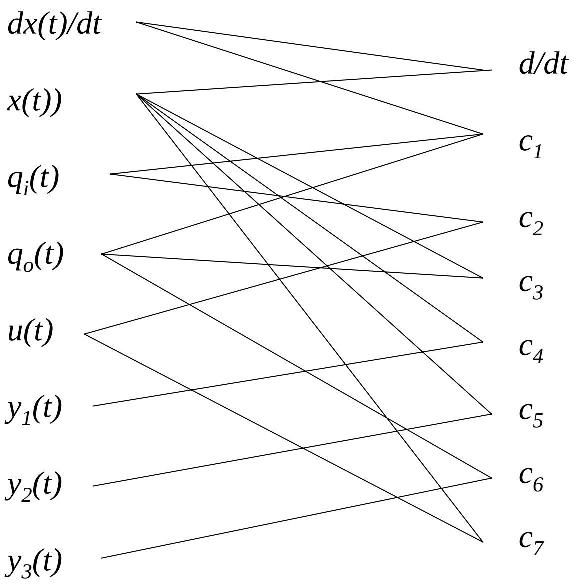
Example : Tank System





Tank	c_1: $dx(t)/dt - q_i(t) - q_o(t) = 0$
Input valve	c_2: $q_i(t) - au(t) = 0$
Output pipe	c_3: $q_0(t) - k_v(x(t)) = 0$
Level sensor 1	c_4: $y_1(t) - x(t) = 0$
Level sensor 2	c_5: $y_2(t) - x(t) = 0$
Output flow sensor	c_6: $y_3(t) - q_o(t) = 0$
Control algorithm	c_7: $u(t) = 1$ *if* $lmin \geq y_1(t) \geq lmax$ $u(t) = 0$ *else*
Differential constraint	c_8: $z = dx/dt$





c_1: $dx(t)/dt - q_i(t) - q_o(t) = 0$

c_2: $q_i(t) - au(t) = 0$

c_3: $q_0(t) - k_v(x(t)) = 0$

c_4: $y_1(t) - x(t) = 0$

c_5: $y_2(t) - x(t) = 0$

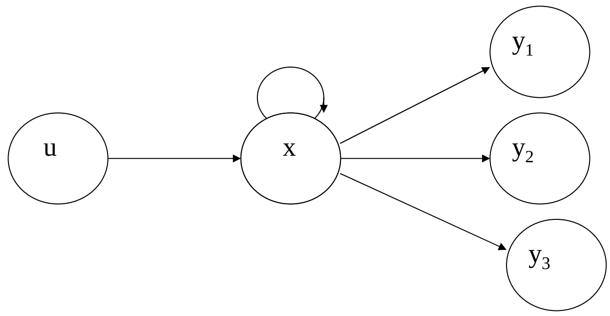
c_6: $y_3(t) - q_o\ (t) = 0$

c_7: $u(t) = 1$ if $lmin \geq x(t) \geq lmax$
$u(t) = 0$ else

Chap2/ **21**

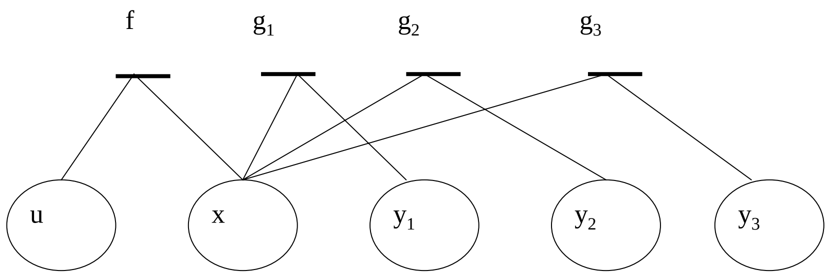
State space model and digraph

$$
\text{Tank}\left\{
\begin{array}{ll}
f: & dx(t)/dt + k_v(x(t)) + au(t) = 0 \\
g_1: & y_1(t) - x(t) = 0 \\
g_2: & y_2(t) - x(t) = 0 \\
g_3: & y_3(t) - k_v(x(t)) = 0
\end{array}
\right.
$$

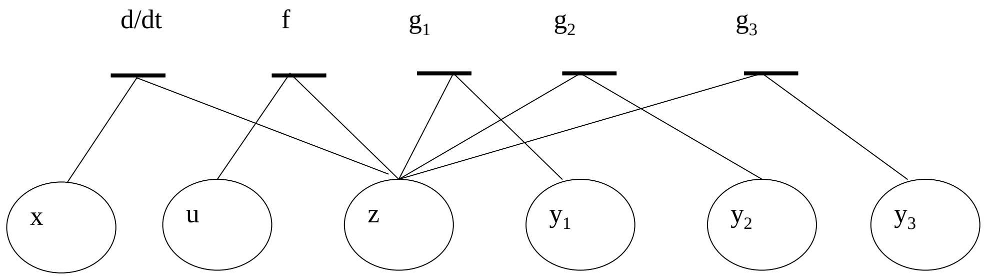


Chap2/ **22**

Bipartite graph of the state space model



Standard form of the state space model

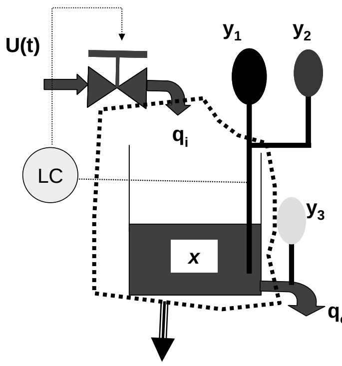


Caractérisation

- La condition d'existence d'une RRA est liée à la caractérisation des sous systèmes
- Un sous système :
  - Il est associé à l'ensemble des contraintes Fi qu'il fait intervenir :
    - Un sous système : c'est un couple (Fi, ,Q(Fi) dans lequel Q(Fi) est l'ensemble des variables contraintes par Fi
  - Q(Fi) est décomposé en deux parties
    - Qc(Fi): correspond aux variables connues
    - Qx(Fi): correspond aux variables inconues

<u>Exemple</u> : Un sous système : c'est un couple (Fi, ,Q(Fi) dans lequel Q(Fi) est l'ensemble des variables contraintes par Fi.

		Q_C *(Fi)*				Q_X *(Fi)*			
		Q(Fi)							
		Unknown variables				**Known variables**			
Fi(i=1-8)		**x**	q_i	q_o	**Z=x'**	**u**	y_1	y_2	y_3
C1	**Tank**	1	1	1	1	0	0	0	0
C2	**Valve**	0	1	0	0	1	0	0	0
C3	**Pipe**	1	0	1	0	0	0	0	0
C4	**LI1**	1	0	0	0	0	1	0	0
C5	**LI2**	1	0	0	0	0	0	1	1
C6	**FI**	0	0	1	0	0	0	0	1
C7	**LC**	0	0	0	0	1	1	0	0
C8	**Dif. Cons.**	1	0	0	1	0	0	0	0



$$Tank = COMP[C_1, \{x, q_i, q_o, z\}]$$

TYPES DE SOUS SYSTEMES

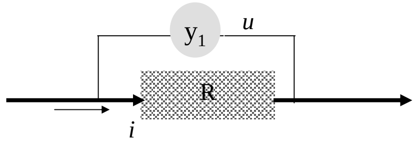
- Les contraintes décrivant le comportement du sous sytème s'écrit : ***Fi(Qc(Fi),Qx(Fi))=0***

- ***TYPES DE SOUS SYSTEMES***
  - ***Le nbre de solutions pour Qx(Fi) qui peuvent être obtenues à partir de Qc(Fi) caractérise chaque sous système on distingue :***
    - ***Un système sous déterminé***
    - ***Juste déterminé***
    - ***Sur déterminé***

Sytème sous déterminé ?

- **(*F*, Q(*F*)) est sous-déterminé si,**
  - **pour toute valeur de Qc(*F*), l'ensemble des valeurs de Qx(*F*) vérifiant les contraintes *F* est de cardinal supérieur à un.**
    - Il n y a pas assez d'équations pour déterminer x
    - La non unicité des solutions : les variables Qx(*F*) ne peuvent pas être calculées à partir des valeurs connues des variables Qc(*F*) et des contraintes *F*.
      - Conséquence d'une modélisation insuffisante du système, ou de la non observabilité de certaines variables.
- **Il est déterminé si ce cardinal est égal à un**
  - **Juste déterminé**
  - **Sur déterminé**

Example



Z=XUK
X={u, i}, K={$y_{1,}$}
F1: U-Ri=0
F2: y1-u=0

Sous-système : F1(i,u)=0 ⇨ $Q(F_1) = Q_X(F_1) \cup Q_C(F_1)$ ⇨ $card(Q(F_1)) = 2$, $card(Q_X(F_1)) = 2$, $card(Q_C(F_1)) = 0$

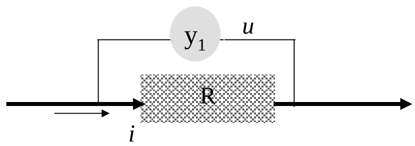
	$\overbrace{u \quad i}^{Q_X(F_1)}$		$\overbrace{y_1}^{Q_C(F_1)}$
	u	i	y_1
$F_1(i,u)=0$	1	1	0
$F_2(y_{1,}U)=0$	1	0	1

(F_1, $Q(F_1)$) est sous-déterminé si, pour toute valeur de $Q_C(F_1)$, l'ensemble des valeurs de $Qx(F_1)$ vérifiant les contraintes F_1 est de cardinal supérieur à un.

⇩

(F_1, $Q(F_1)$) est sous-déterminé

Example



Z=XUK
X={u, i}, K={$y_{1,}$}
F1: U-Ri=0
F2: y1-u=0

Sous-système : F1(i,u)=0 ⇨ $Q(F_1) = Q_X(F_1) \cup Q_C(F_1)$ ⇨ $card(Q(F_1)) = 3$, $card(Q_X(F_1)) = 2$, $card(Q_C(F_1)) = 1$

	$\overbrace{u \quad i}^{Q_X(F_1)}$		$\overbrace{y_1}^{Q_C(F_1)}$	
	u	i	y_1	y_2
$F_1(i,u)=0$	1	1	0	0
$F_2(y_{1,}U)=0$	1	0	1	0
$F_3(y_{2,}i)=0$	0	1	0	1

(F_1, $Q(F_1)$) est sous-déterminé si, pour toute valeur de $Q_C(F_1)$, l'ensemble des valeurs de $Qx(F_1)$ vérifiant les contraintes F_1 est de cardinal supérieur à un.

⇩

(F_1, $Q(F_1)$) est sous-déterminé

Juste-déterminé

- Juste-déterminé
  - Soit (F, Q(F)) un sous-système juste-déterminé. Les variables Qx(F) peuvent être calculées de façon unique à partir des variables connues Qk(F) et des contraintes F.
- Sur déterminé
  - Les variables Qx(F) peuvent être calculées de différentes façons à partir des variables connues Qc(F) et des contraintes F
    - chaque sous-ensemble F $\subset F$ fournit un moyen différent de calculer Qx(F)). Puisque les résultats de ces différents calculs doivent être identiques (il s'agit des mêmes variables physiques), l'écriture des relations d'égalité constitue l'ensemble des relations de redondance analytique cherché.

Chap2/ **31**

Interprétaion

- **F, Q(F)) sous-déterminé : les variables Q_x(F) ne peuvent pas être calculées (modélisation insuffisante, non observabilité),**
- **(F, Q(F)) juste-déterminé : les variables Q_x(F) peuvent être calculées de façon unique ,**
- **(F, Q(F)) sur-déterminé : les variables Q_x(F) peuvent être calculées de différentes façons. Puisque les résultats doivent être identiques (il s'agit des mêmes variables physiques), il y a redondance, ce qui permet de surveiller le système.**

Chap2/ **32**

Subsystems

2^C the subsets of C $\quad Q : 2^C \rightarrow 2^Z$

2^Z the subsets of Z $\quad f \rightarrow Q(f) = \{z \in Z; \exists c \in f \text{ s.t. } (c,z) \in E\}$

Subsystem : $(f, Q(f))$

y	u	x_1	x_2	z_1	z_2
0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0

u	x_1	x_2	z_1	z_2
1	1	1	0	1
0	1	0	1	0
0	0	1	0	1

Redundancy : introductive example

	y_1	y_2	x	$X - \{x\}$	
f_1	1	0	1	0	$f_1(y_1, x) = 0$
f_2	0	1	1	0	$f_2(y_2, x) = 0$

- ➲ Subsystem $\{f_1, f_2\}$ overdetermines the unknown variable x
- ➲ x can be computed via two different ways (if f_1 and f_2 are invertible w.r.t. x)
- ➲ The two results have to be identical

(1) System model $\Rightarrow$ $f_1 (y_1, x) = 0$

$f_2 (y_2, x) = 0$

(2) Computation of x $\Rightarrow$ $x = f_1^{-1} (y_1)$

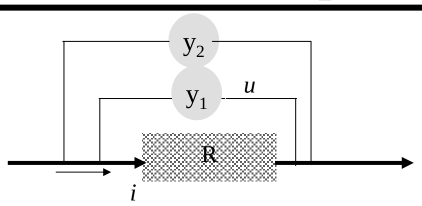
$x = f_2^{-1} (y_2)$

(3) Consistency condition (ARR)

$\Downarrow$

$$f_1^{-1} (y_1) - f_2^{-1} (y_2) = 0 \Rightarrow r = f_1^{-1} (y_1) - f_2^{-1} (y_2)$$

Example : Incidence matrix



x={u, i}
K={}
F_1: U-Ri=0

x={u, i}
K={y_1}
F_1: U-Ri=0
F_2: y_1 –U=0

x={u, i}
K={y_1 ,y_2}
F_1: U-Ri=0
F_2: y_1 –U=0
F_3: y_2-U=0

F/Z	u	i	y_1	y_2	
$F_1(i,u)=0$	1	1	0	0	
$F_2(y_1,U)=0$	1	0	1	0	
$F_3(U,y_2)=0$	1	0	0	1	

Canonical decomposition

- Any system can be uniquely decomposed into
  - Over-constrained
  - Just-constrained
  - Under-constrained

  subsystems

- Only the over-constrained subsystem is monitorable

3) Structural properties

Structural analysis produces structural properties

- Systems which have the same structural model are structurally equivalent
- Structural properties are properties of the system structure, they are shared by all structurally equivalent systems
- Example : systems which only differ by the value of their parameters $\Rightarrow$ structural properties are independent of the values of the system parameters (true almost everywhere in the system parametric space).

Structural properties are properties of the structural graph

- Observable subsystem
- Controllable subsystem
- Monitorable subsystem
- Reconfigurable subsystem
- etc.

Actual system properties may differ from structural ones

Structural properties are necessary for actual properties to hold true

Example : compute x

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a(\theta) & b(\theta) \\ c(\theta) & d(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Matrix is invertible
Structural condition : no null row (column)
Necessary, but not sufficient

$$a(\theta)d(\theta) - b(\theta)c(\theta) = 0$$

Example continued

$$a(\theta)d(\theta) - b(\theta)c(\theta) = 0$$

1) always $\Rightarrow$ the structural property is never translated into an actual property. This is excluded in structural analysis.

- An algebraic relation is always supposed to define a proper manifold : it cannot be satisfied by any θ.
- The parameters are always supposed to be independent, which means that they live in the whole space. If not, this should have been included in the system model.

2) only for the system under investigation $\Rightarrow$ the structural property is not translated into an actual property for that particular system.

- Under mild assumptions there always exists a parameter vector in the neighbourhood of θ for which the actual property coïncides with the structural one.

Conclusion

• Actual properties are only potential when structural properties are satisfied.

• They can certainly not be true when structural properties are not satisfied.

• Structural properties are properties which hold for actual systems almost everywhere in the space of their independent parameters.

4) Matching

COUPLAGE

- **COUPLAGE : on associe une variable inconnue (et une seule) à chaque contrainte,**
- **COUPLAGE MAXIMAL : le nombre de variables couplées est maximal,**
- **COUPLAGE COMPLET : toutes les variables sont couplées,**
- **COUPLAGE CAUSAL : chaque variable peut effectivement être calculée par l 'équation dans laquelle elle est couplée.**

Définitions

- Soit *a* un arc *(f, x)* $\in A_X$.
  - *f* est appelé projection de *a* sur F_X (resp. *x* est appelé projection de *a* sur *X*).
  - On note : $f = P_F(a)$ et $x = P_X(a)$ les deux projections de l'arc *a*.

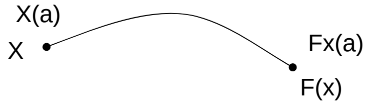
Définitions

- Considérons le graphe G(Fx, X, Ax), restriction du graphe structurel du système à l'ensemble des sommets appartenant à Fx (pour les contraintes) et à X (pour les variables), et où Ax représente l'ensemble des arcs qui relient Fx à X.

Chap2/ **47**

Définitions

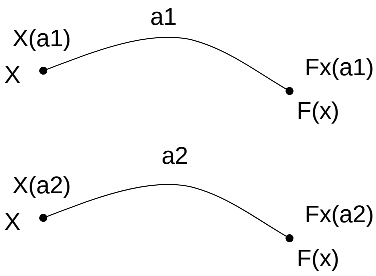
- Soit $a \in A_X$, on note X(a) l'extrémité de a dans X et $F_X(a)$ l'extrémité de a dans F_X. L'arc a peut s'écrire :
- a = (Fx(a), X(a))



Chap2/ **48**

Définition : un couplage

- G(Fx, X, A) est un <u>couplage</u> sur G(Fx, X, Ax) ssi
  - 1) A $\subset$ Ax
  - 2) $\forall$ a1, a2 $\in$ A   a1 $\neq$ a2
  - Fx(a1) $\neq$ Fx(a2)
  - X(a1) $\neq$ X(a2)



Interpretation

A matching is a set of pairs (fi,xi) s.t. the variable xi can be computed by solving the constraint fi, under the hypothesis that all other variables are known

Un couplage est un ensemble de pair(fi,xi) tel que la variable xi peut être calculée en résolvant la contrainte fi sous l’hypothèse que toutes les variables sont connues

Couplage maximal

- Un <u>couplage maximal</u> sur G(Fx, X, Ax) est un couplage G(Fx, X, A) tel que :
- $\forall$ A' $\subset$ A, A'$\neq$ A G(Fx, X, A') n'est pas couplage.

h h' q_i q_o u y

Car (u, C5) peut être rajouté

- Ce couplage est maximal

Je ne peux plus rajouté de couplage

Je ne peux pas rajouté ça car qi et u sont déja utilisé

h h' q_i q_o u y

Couplage complet

- Un couplage sur G(F_X, X, AX) est complet par rapport à F_X (respectivement par rapport à X) ssi :
- $\forall$ fi $\in F_X$ $\exists$ un arc a $\in$ A tel que F_X(a) = fi
- (respectivement $\forall$ x $\in$ X $\exists$ a $\in$ A tel que X(a) = x)

h *h'* q_i q_o *u* *y*

- This matching is maximal and complete
- both with respect to C and to Z

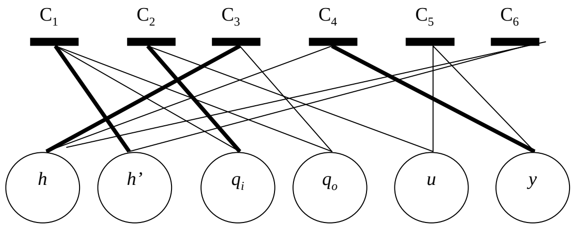
Maximal car on ne peux plus rajouter de couplages

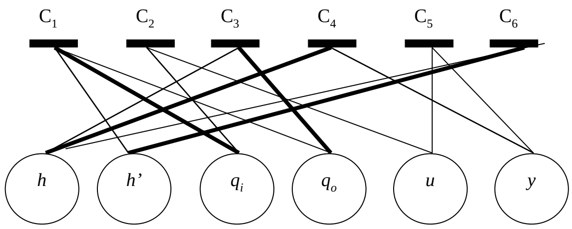
Toutes les var et contraintes sont couplés

h *h'* q_i q_o *u* *y*

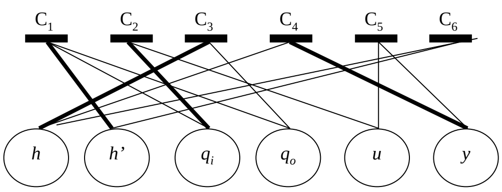
Matching on a bi-partite graph

A matching M is a subset of E such that
$\forall e1, e2 \in M$
$e1 \neq e2 \Rightarrow c(e1) \neq c(e2)$
$z(e1) \neq z(e2)$



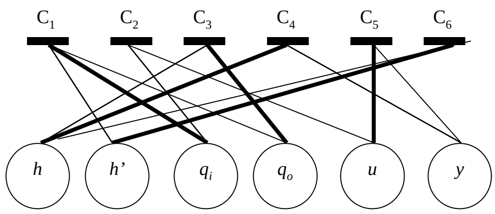


A maximal matching M is a matching such that $\forall N \in 2^E$, $N \supset M$, N is not a matching.

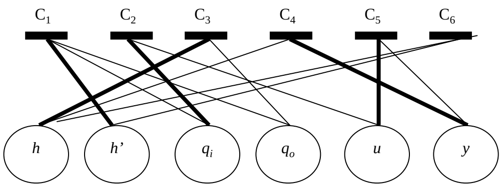


This matching is not maximal
(u,c_5) could be added

This matching is maximal

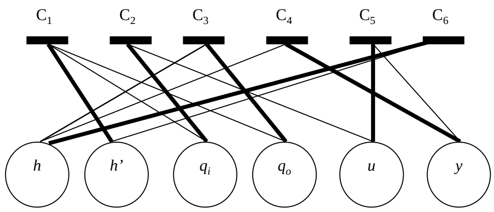


A matching is complete with respect to C if |M| = |C| holds (resp. a matching is complete with respect to Z if |M| = |Z| holds).



This matching is maximal but not complete

This matching is maximal and complete both with respect to C and to Z



Matching and the incidence matrix

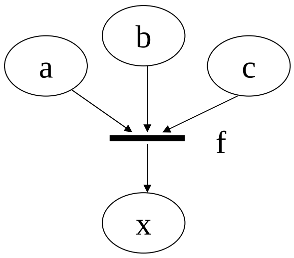
- Select at most one "1" in each row and in each column
- Each selected "1" represents an edge of the matching
- No other edge should contain the same variable : it is the only one in the row
- No other edge should contain the same constraint : it is the only one in the column.

y	u	x_1	x_2	z_1	z_2
0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0

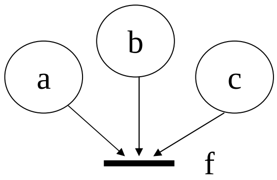
y	u	x_1	x_2	z_1	z_2
0	0	0	$\underline{1}$	1	0
0	1	$\underline{1}$	1	0	1
0	0	1	0	$\underline{1}$	0
0	0	0	1	0	$\underline{1}$
1	0	1	0	0	0

Oriented graph associated with a matching

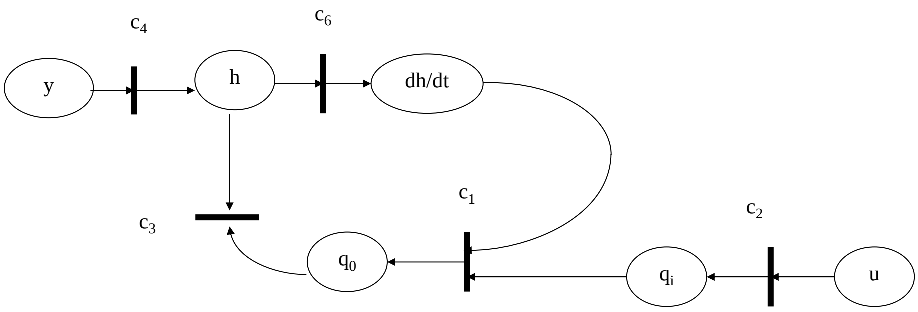
Matched constraints
- from variable to constraint for the non-matched (input) variables,
- from constraint to variable for matched (output) ones.



Non-matched constraints
- all the edges adjacent to a non-matched constraint are inputs.



Alternated chains

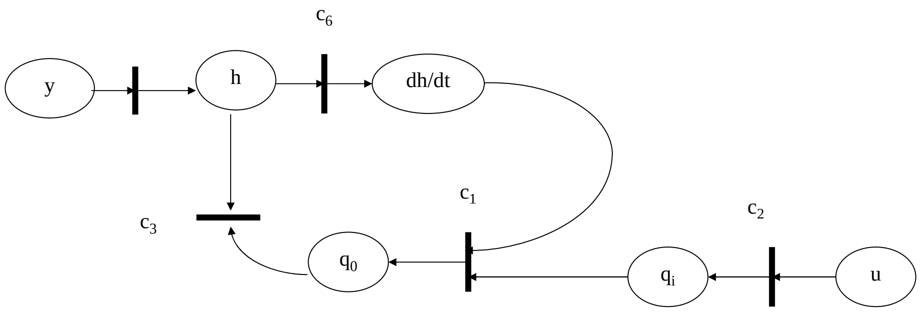


$y - c_4 - h - c_6 - dh/dt - c_1 - q_0$

Reachability

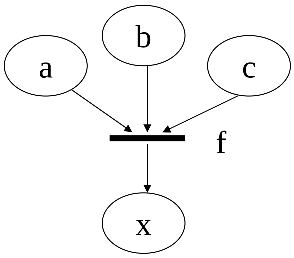
* z_2 is reachable from z_1 iff there exists an alternated chain from z_1 to z_2

* a subset Z_2 is reachable from a subset Z_1 iff any variable of Z_2 is reachable from Z_1.

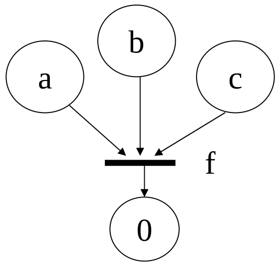


5) Causal interpretation of matchings

Matched constraints
- the output is computed
- the inputs are supposed to be known



Non-matched constraints
- redundancy relations



Causal interpretation : Algebraic constraints (1)

c	an algebraic constraint
Q(c)	the set of the variables constrained by c
n_c	$\lvert Q(c)\rvert$

Assumption 1

Any algebraic constraint c defines a manifold of dimension n_c-1 in the space of the variables Q(c)

Causal interpretation : Algebraic constraints (2)

• The constraint has to be satisfied at any time t $\Rightarrow$ Q(c) cannot behave independently of each other.

• Only n_c-1 unknowns can be chosen arbitrarily (or imposed) in constraint c

• There is at least one variable $z \in Q(c)$ such that $\partial c/\partial z \neq 0$ (almost everywhere in the space of the variables Q(c))

• From the inverse function theorem, its trajectory can be deduced (at least locally) from the constraint c and the trajectories of the n_c-1 others

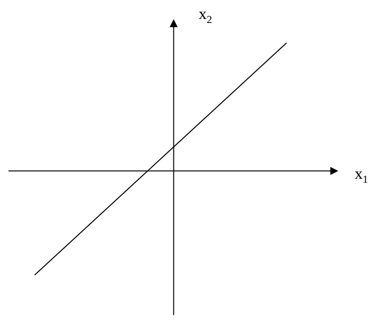
• This is exactly the causal interpretation of matching this variable with constraint c, and it can be interpreted as : constraint c decreases by one the degrees of freedom associated with the variables Q(c).

Causal interpretation : Algebraic constraints (3)
Example : $a_1 x_1 + a_2 x_2 - y = 0$

• One dimensional space to which any $(x_1(t),x_2(t))$ should belong : only one degree of freedom is left

• Most general case of any pair of parameters a_1 and b_1 (including a_1 or b_1 equal to zero) . Indeed, when a_1 and b_1 both equal to zero

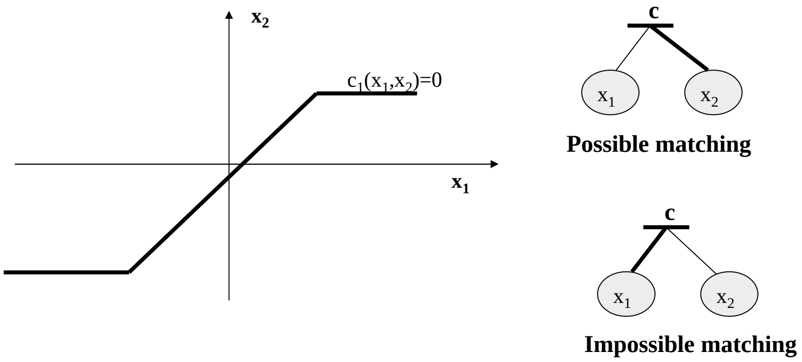
- • would not define a one dimensional manifold when y = 0, since any point (x_1,x_2) would satisfy it,
- • no solution when $y \neq 0$ i.e. the system model not sound



Causal interpretation : Algebraic constraints (4)

At least one variable can be matched in a given constraint under the causal interpretation

- Does not mean that any variable enjoys this property
- Obvious situation : c is not invertible with respect to x.



Chap2/ **67**

Causal interpretation : Differential constraints (1)

Differential constraints can always be represented under the form

$$x_2(t) = dx_1\,(t) / dt$$

Derivative causality : $x_1(t)$ known $\Rightarrow$ x_2 (t) known

Integral causality : $x_2(t)$ known $\Rightarrow$ x_1 (t) known only when x_1 (0) is already known

Chap2/ **68**

Causal interpretation : Differential constraints (2)

$x_2(t) = dx_1(t) / dt$

Use of derivative causality decreases by one the number of dof

Use of integral causality decreases by one the number of dof only when initial condition is known

(1) $z = ax + bu$

(2) $z = \dfrac{dx}{dt}$

a) z and x unknown : still one dof left
b) z known, x unknown : x can be computed from (1)
c) x known, z unknown : z can be computed from (2)

Causal interpretation : Differential constraints (3)

Forcing derivative causality

(1) $z = ax + bu$

(2) $z = \dfrac{dx}{dt}$

$$\begin{array}{cccc} & z & x & u \\ (1) & 1 & 1 & 1 \\ (2) & 1 & \times & 0 \end{array}$$

Causal interpretation : Subsets of constraints (1)

Assumption 2 : all the constraints in C are compatible.

- The set of the constraints is associated with a model whose solutions exists.
- In other words, the constraints do not carry any contradiction.

C_1 : the subset of all the constraints which satisfy Assumption 1.
V(c) : the n_c - 1 dimensional manifold associated with constraint c

$$V(C) = \bigcap_{c \in C} V(c)$$
$$V(C) \neq \Phi$$

Causal interpretation : Subsets of constraints (2)

Assumption 3 : all the constraints in C are independent.

- the model is minimal
- no constraint defines (at least locally) the same manifold as another one,
- there does not exist in C two different subsets of constraints C ’ and C ’ ’ such that

$$V(C') \subseteq V(C'')$$

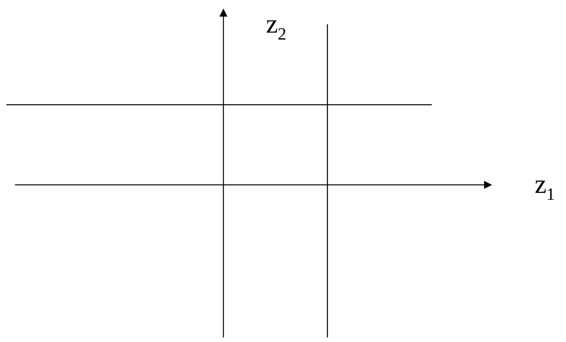
Consequence

$$dim[V(C)]=|Q(C)|-|C_1|$$

Example : Assumption 3 is not satisfied

$$c_1 : \quad z_1 - 1 = 0$$
$$c_2 : \quad (z_1 - 1)(z_2 - 1) = 0$$

$V(c_1) \subset V(c_2)$

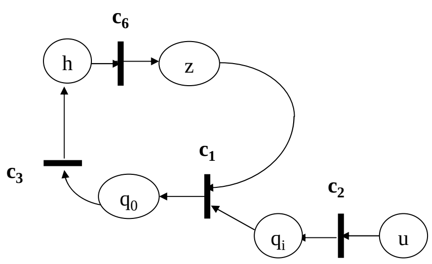


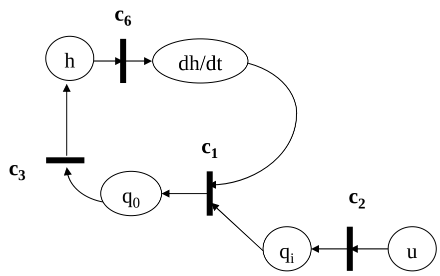
Causal interpretation : Loops

Loops are particular subsets of constraints

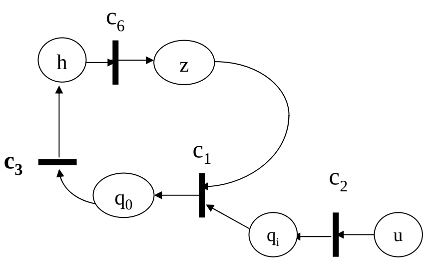
Algebraic loops

Differential loops





Causal interpretation : algebraic loops (1)



Loop
h, z, q_0 = 3 unknowns
c_1 , c_3 , c_6 = 3 constraints

From assumptions 1, 2 and 3 there is one single (a finite number of) solution(s).

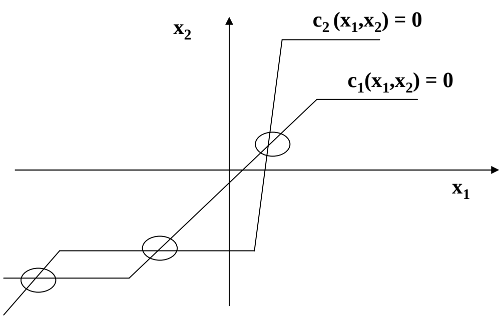
Remark : even when impossible matchings exist for some constraints in the loop

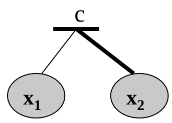
Causal interpretation : algebraic loops (2)

	x_1	x_2
c_1	×	1
c_2	×	1

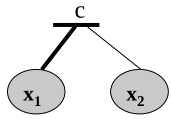
But the above interpretation still holds $\Rightarrow$

	x_1	x_2
c_1	1	1
c_2	1	1



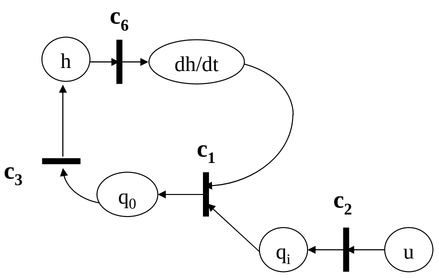


Possible matching



Impossible matching

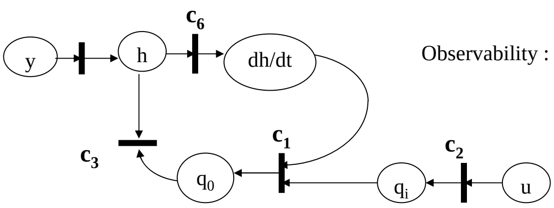
Causal interpretation : differential loops (1)



Loop
h, dh/dt, q_0 = 3 unknowns
derivative causality
c_1 , c_3 , c_6 = 3 constraints

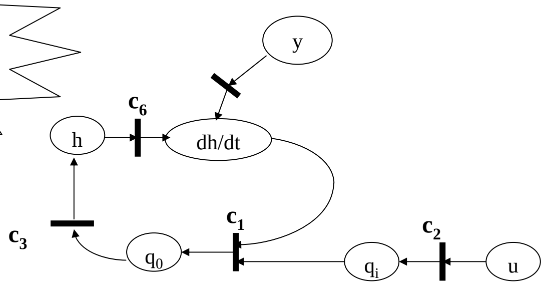
From assumptions 1, 2 and 3 there is an infinite number of solutions (according to the initial value of h)

Causal interpretation : differential loops (2)



Observability : the differential loop is broken

A matching without any differential loop is called a causal matching



The differential loop is not broken because integral causality is forbidden

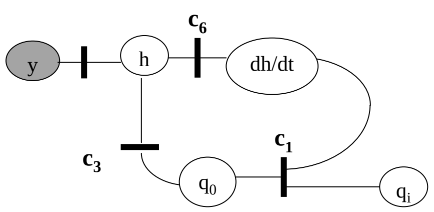
6) Subystems characterization

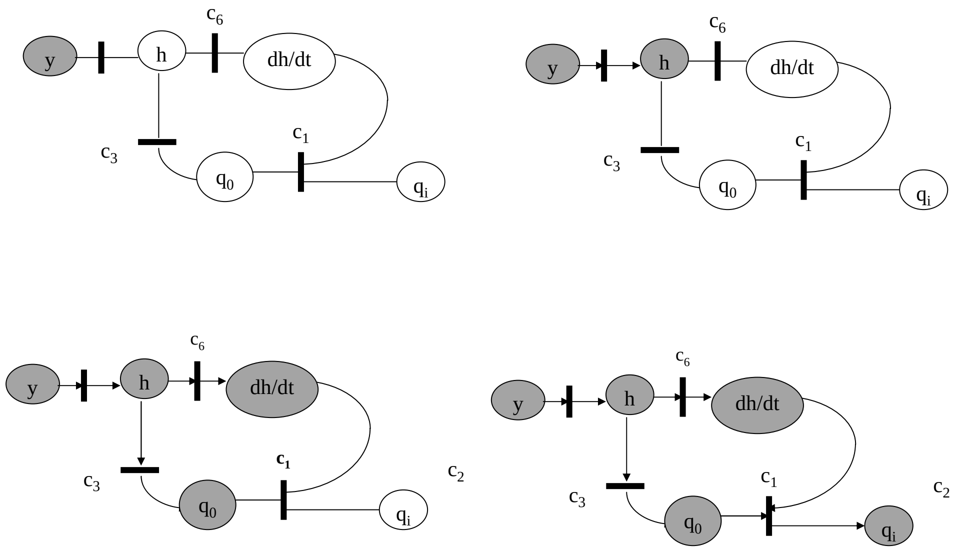
Just-constrained subsystem

1) There is a causal matching which is complete w.r.t. all the unknown variables and all the constraints.

2) The unknown variables can be expressed as functions of the known variables.

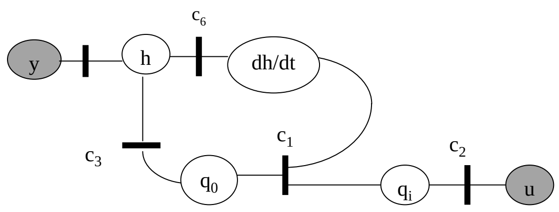
3) The subsystem is observable.

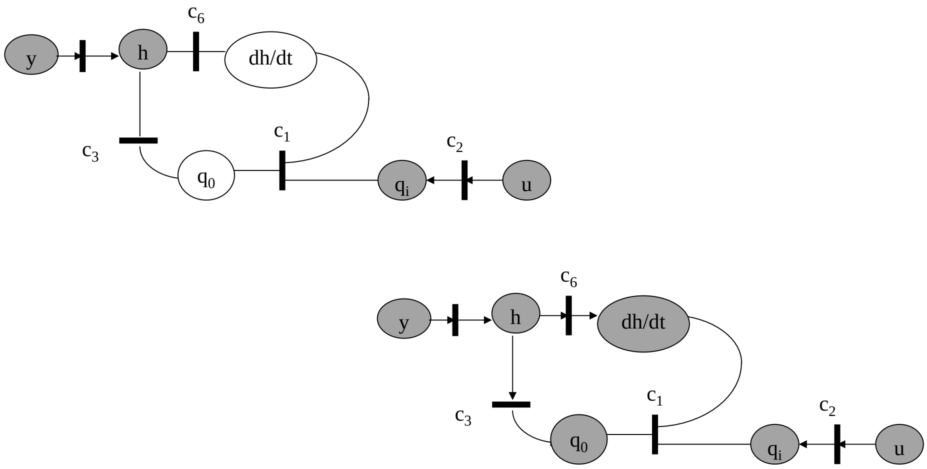




Over-constrained subsystem

- There is a causal matching which is complete w.r.t. all the unknown variables but not w.r.t. all the constraints.
- The unknown variables can be expressed (in several ways) as functions of the known variables.
- The subsystem is observable and redundant.



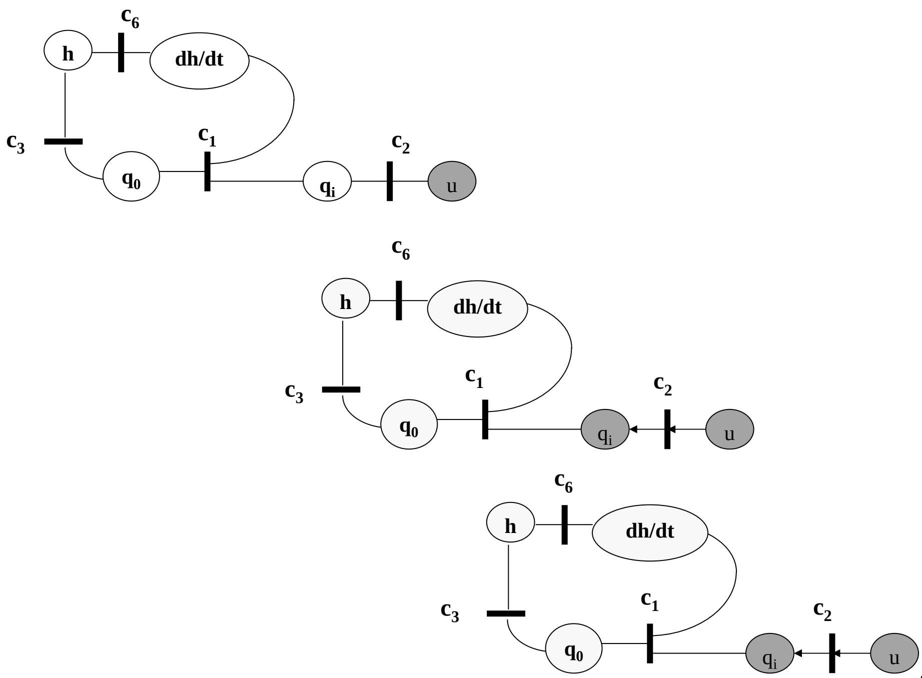


Redundancy relations can be obtained

Defines the monitorable part of the system

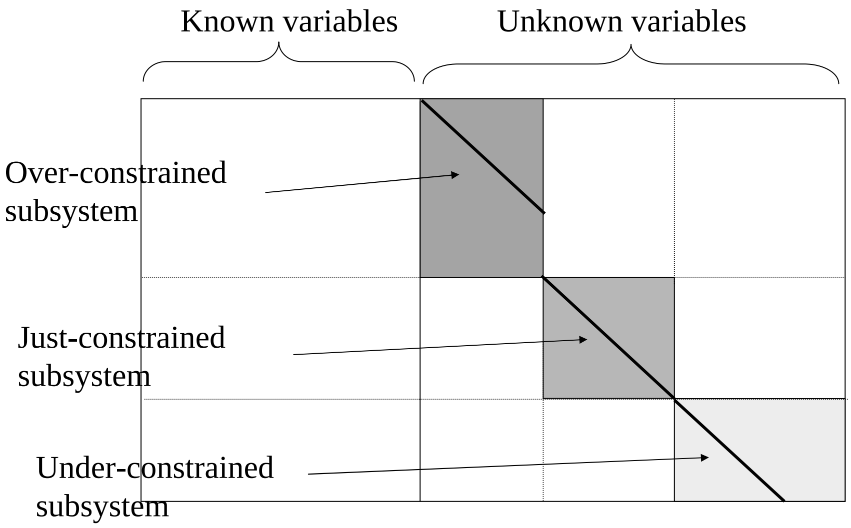
Under-constrained subsystem

- There is no causal matching which is complete w.r.t. the unknown variables.
- Some unknown variables can ’t be expressed as functions of the known variables.
- The subsystem is not observable, and not monitorable.

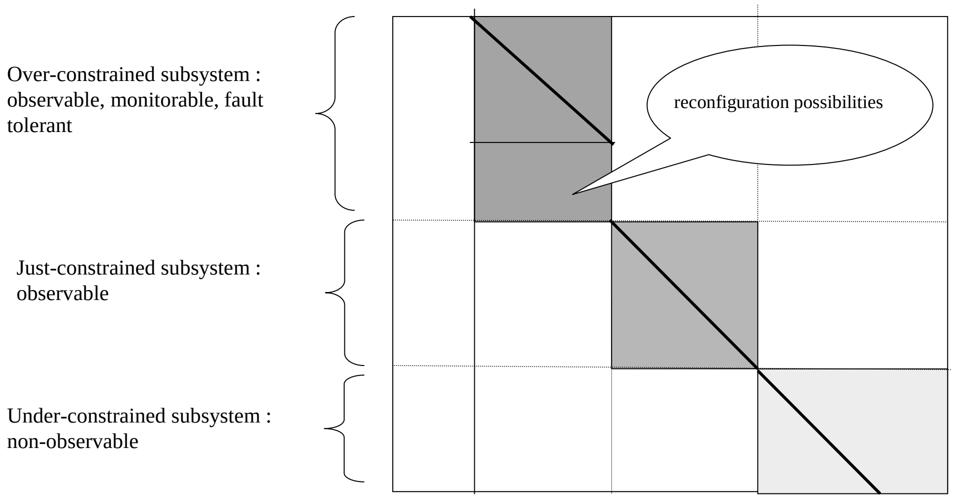


7) System decomposition

Canonical decomposition



FDI / FTC Analysis



8) Conclusion

• Structural analysis based on bipartite graphs is easy to understand, easy to apply,

• Shows the relation between constraints and components,

• Allows to :

  • identify the monitorable part of the system, i.e. the subset of the system components whose faults can be detected and isolated,

  • design residuals which meet some specific FDI requirements, namely which are robust and structured

  • analyse reconfiguration possibilities in order to estimate (resp. to control) some variables of interest in case of sensor, actuator or system component failures.

CHAP. 3
Analytical redundancy

Chap3/ 1

Model-Based FDI using Analytic Redundancy

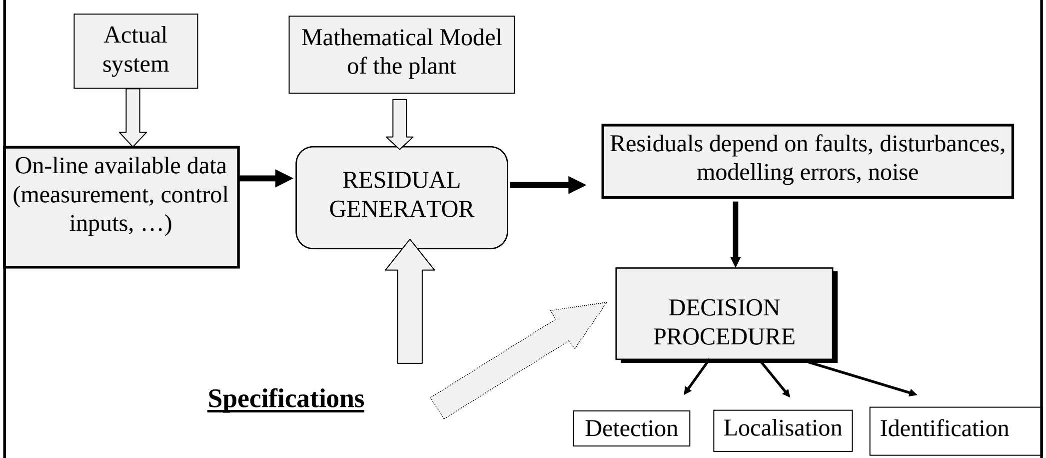
Chap3/ 2

Outline

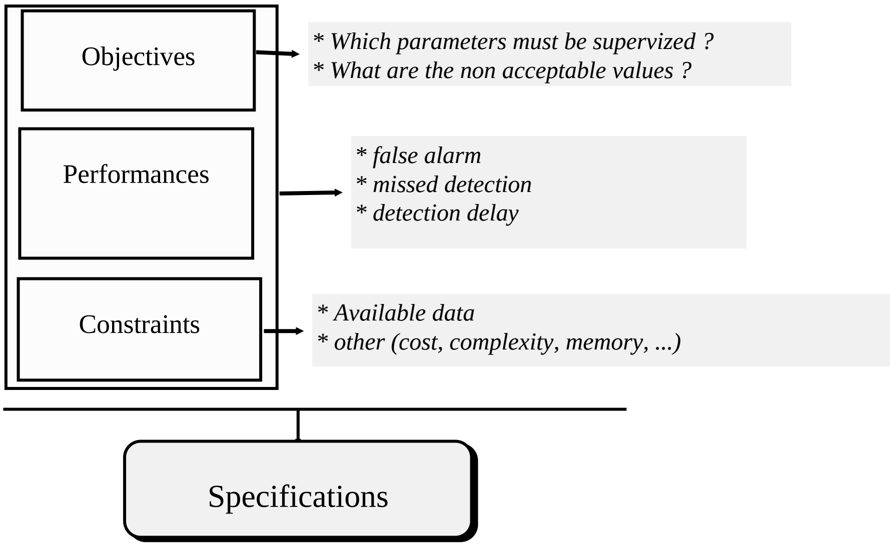
- ☞General principle of model based approaches
- ☞Residual generation
- ☞Parity space approach
- ☞Observer-based approaches
- ☞Identification approaches
- ☞ Extension to non-linear systems

} Linear models

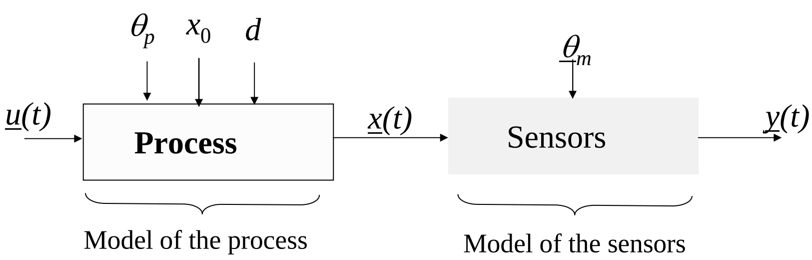
Model-based FDI



Specifications



Model of the fault-free system



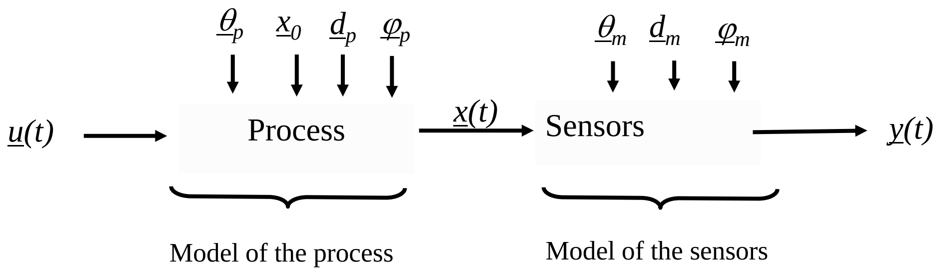
$$y = g(x, \theta_m)$$

$$\frac{dx}{dt} = f(x,u,d,\theta,t)$$

$$x(t+1) = f(x(t),u(t),d(t),\theta,t)$$

d : Disturbances
θ : Parameters

Model of the faulty system



$$dx/dt = f(x, u, \theta_p, d_p, \varphi_p)$$

$$y = g(x, \theta_m, d_m, \varphi_m)$$

or

$$x(k+1) = f(x(k), u(k), \theta_p, d_p(k), \varphi_p(k))$$

Linear models (state space)

<u>Fault - free system</u>

$$dx/dt = Ax + Bu + Ed \qquad x(0) = x_0$$
$$y = Cx + Du + Gd$$

or

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + Gd(t)$$

Linear models (state space)

Faulty system

Disturbance

Fault

$$\begin{aligned} dx/dt &= Ax + Bu + Ed + F\varphi \\ y &= Cx + Du + Gd + H\varphi \end{aligned}$$

or

$$\begin{aligned} &x(k+1) = A.\,x(k) + B.\,u(k) + E.\,d(k) + F.\,\varphi(k) \\ &y(k) = C.\,x(k) + D.\,u(k) + G.\,d(k) + H.\,\varphi(k) \end{aligned}$$

General principle

Analytic model

measurement equations
or
state and measurement equations

Rewriting
(off-line)

ARR : $\Phi(\underline{u},\underline{y})=0$

On-line
computation

Residual
$r = \Phi(\underline{u}_{act},\underline{y}_{act})$

Analytical redundancy :How to generate residuals ?

➲ What is residuals r ?

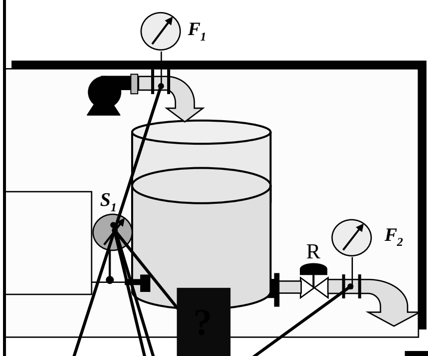
- Given

$$(1)\begin{cases}\dot{x} = f(x,u)\\ y = C(x)\end{cases}$$

- The residual *r* express the difference between information provided by the actual system and that delivered by its normal operation model.

$$x = C^{-1}(y) \Rightarrow (1) \Rightarrow \qquad \Phi\left(\frac{d(C^{-1}(y))}{dt}, y, u\right) = r \approx 0$$

Hardware and analytical redundancy



$$r_1 = F_1 - R^*S_1 - C.\frac{dS_1}{dt} \approx 0$$

$$r_2 = F_2 - R^*S_1 \approx 0$$

Hardware redundancy

Sensors	Detection	Isolation
		S_1 or S_2
		S_2

Analytical redundancy

Monitorability analysis

	F_1	S_1	Leakage	Valve R	F_2
r_1	1	1	1	1	0
r_2	0	1	0	1	1

ANALYSE STRUCTURELLE

➲ Limites des modèles analytiques

- processus complexes de grande taille
- toutes les variables ne sont pas numériques
- différentes configurations du système
- modèles analytiques non disponibles
- coexistence de différentes représentations et types de connaissance :
  - bilans massiques et énergétiques : modèles numériques sous forme classique
  - équipements ne présentant qu'un nombre fini d'états : modèles qualitatifs, règles, systèmes de transition
  - connaissance expérimentale : abaques, tables
  - connaissance experte : règles

The simplest redundancy

hardware redundancy

Hardware redundancy uses only measurement equations

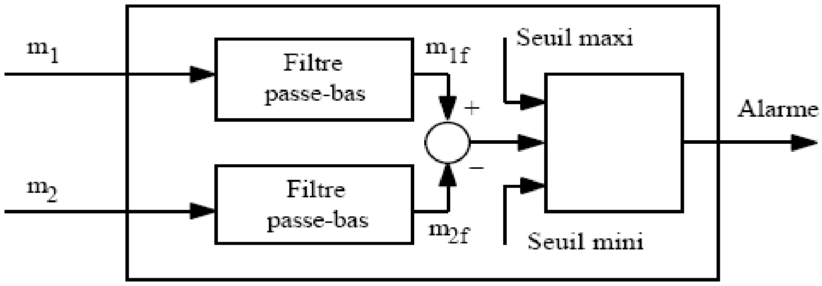
(therefore it can detect only sensor faults)

Measurement equations are identical because several sensors measure the same characteristic

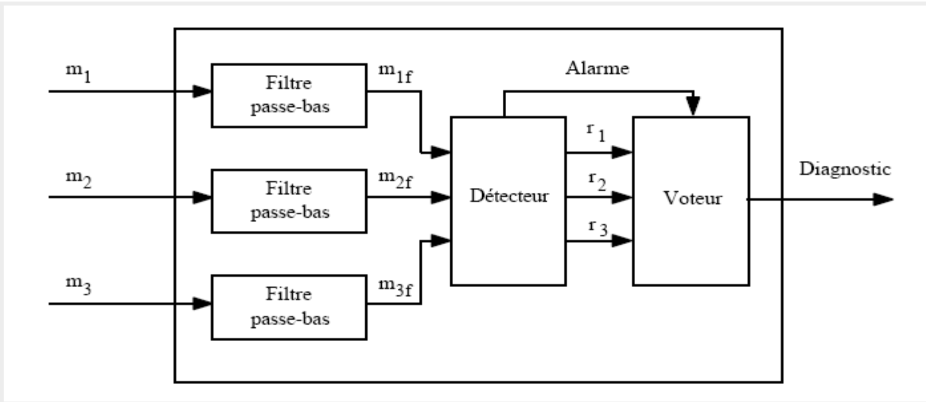
Example : duplex redundancy

Model : $y_1 = x$, $y_2 = x$ Static ARR : $y_1 - y_2 = 0$

Duplex redundancy



Triplex redundancy



Residuals

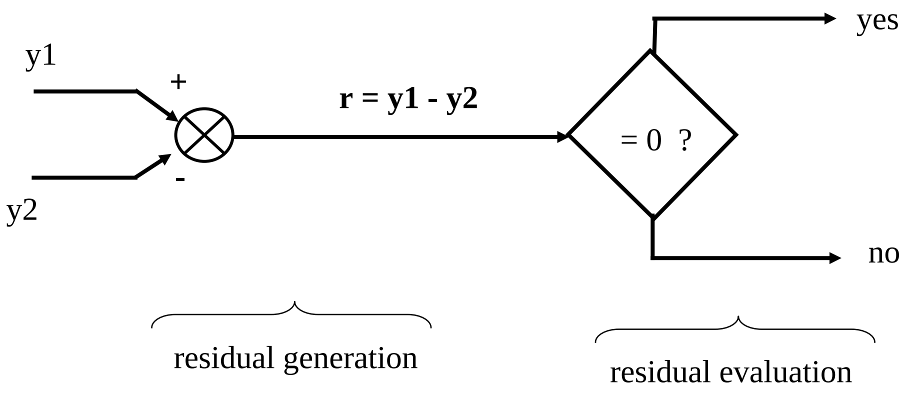
$r1 = m1f - m2f$
$r2 = m1f - m3f$
$r3 = m2f - m3f$

Analytic model
$y_1 = x$
$y_2 = x$

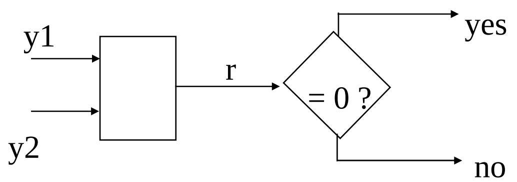
Eliminate unknown *x*

Obtain equivalent system
$y_1 = x$
$y_1 - y_2 = 0$

Fault detection



Fault detection

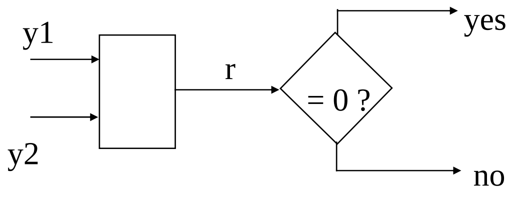


y1- y2 = 0 is a necessary condition for the existence of some x such that

$$y1 = x$$
$$y2 = x$$

it is a compatibility condition for this system to have a solution

Fault detection

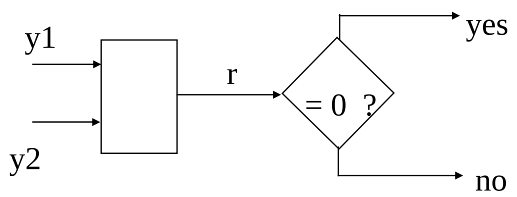


The consequence is that

y1- y2 ≠ 0 ⇒ * y1 = x and y2 = x cannot be true simultaneously
* {y1, y2} is a conflict (a nogood)
* one sensor at least is faulty

y1- y2 = 0 ⇒ it is not impossible that both sensors are healthy (but it is not certain)

Fault detection



y1- y2 = 0 ⇒ it is not impossible (but it is not certain) that both sensors are healthy

Why is it so ???

because there might be non detectable faults

Fault detection (fault model)

f : fault

non detectable faults

Computation form

Evaluation form

$y1 = x + f1$
$y2 = x + f2$

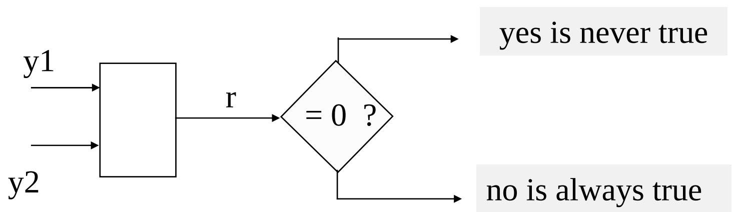
$r = y1 - y2 = f1 - f2$

and r = 0 when there is a combination of faults such that

$f1 - f2 = 0$

example : common mode failures

Hardware redundancy <u>with uncertainties</u>

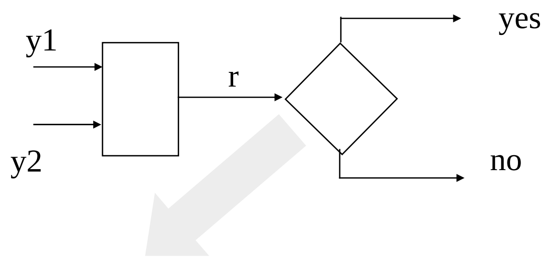


because $y1 = x + \delta 1$
$y2 = x + \delta 2$ → $r = y1 - y2 = \delta 1 - \delta 2$

→ we need a model of the uncertainties

Hardware redundancy with noise

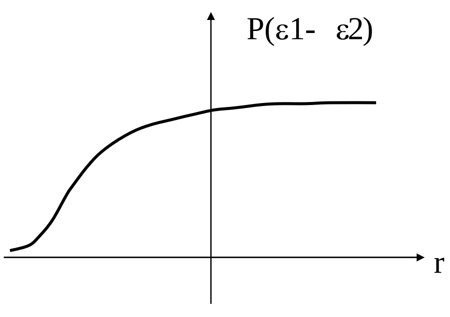
Assume we know $P(\varepsilon_1)$ and $P(\varepsilon_2)$, then we know $P(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$

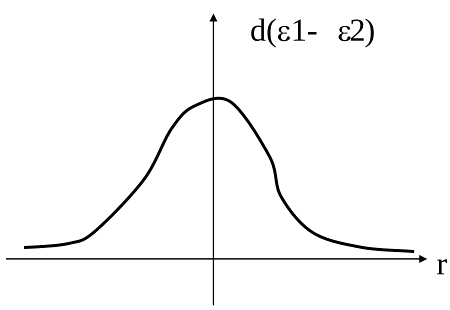


is r distributed according to $P(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$???

Hardware redundancy with noise

is r distributed according to $P(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$???





Statistical decision theory

Explanations

☞ Given a system

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x,u,t,\theta) \\ y = C(x,\varepsilon) \end{cases}$$

x **: state**
y **: measurement**
u **: input**
θ **: parameters**
ε **: noise**

☞ The system works in normal regim (hypothesis H0) means

- ✓ y is produced according law C
- ✓ and x is produced according law f
- ✓ and ε is produced according law of probability P

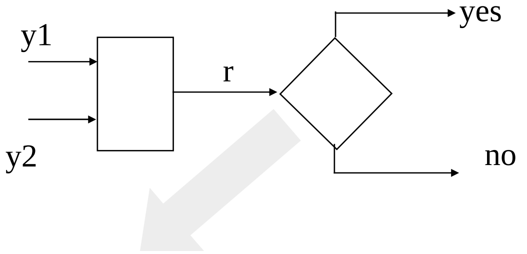
☞ The system works in failure mode hypothesis H1) means

- ✓ y is not produced according law C, or
- ✓ x is not produced according law f, or
- ✓ ε is not produced according law of probability P

Hardware redundancy with uncertainties

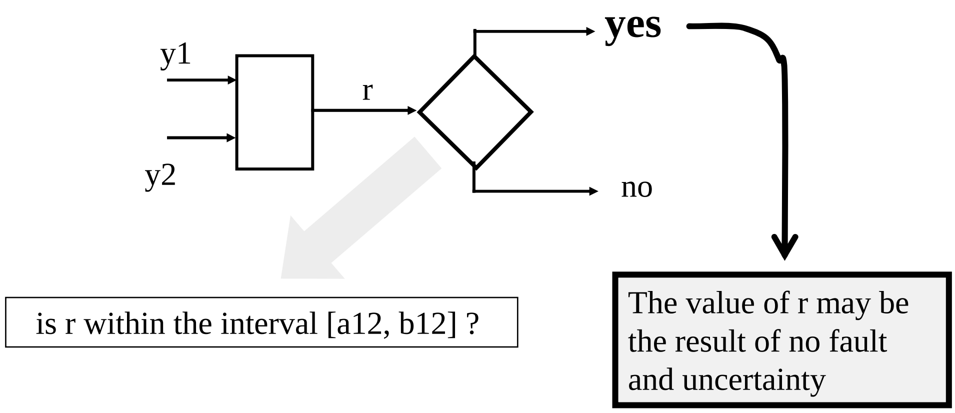
Assume we know δ1 ∈ [a1, b1], δ2 ∈ [a2, b2], then we know

δ1- δ2 ∈ [a12, b12]

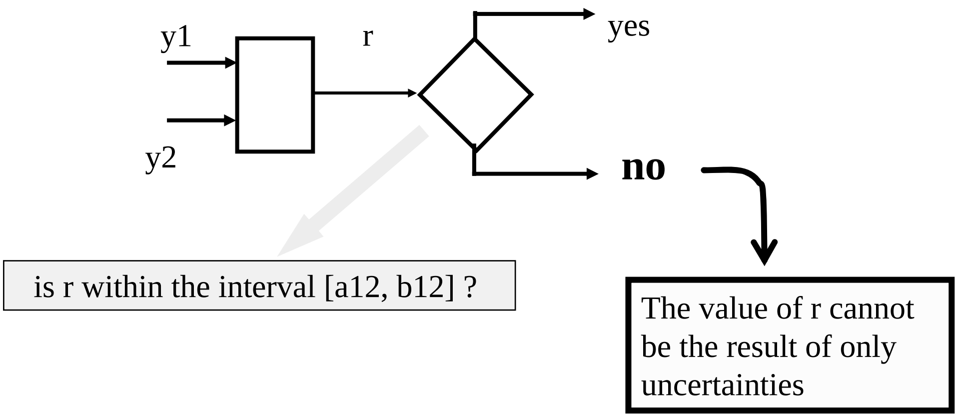


is r within the interval [a12, b12] ?

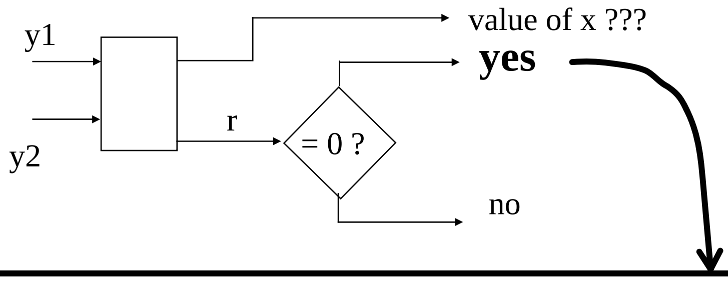
Hardware redundancy with uncertainties



Hardware redundancy with uncertainties



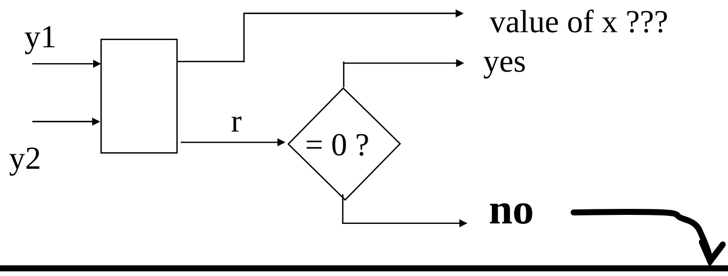
Estimation



x = y1 or x = y2 or x = 1/2 (y1 + y2) or x = p y1 + (1- p) y2

different versions of the estimation service

Estimation



x = y1 or x = y2

different versions of the estimation service

which sensor is faulty ? :
cannot be decided unless fault isolation exists

Estimation

triplex redundancy

y1 = x
y2 = x
y3 = x

two residuals

r1 = y1- y2 = 0
r2 = y2- y3 = 0

Remarks

* any linear combination of residuals is a residual (r3 = y2- y3)
* the set {r1, r2} is a residual basis in the following sense

$$\begin{pmatrix} r1 \\ r2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y1 \\ y2 \\ y3 \end{pmatrix}$$

Fault isolation (fault model)

triplex redundancy

y1 = x + f1 x = y1- f1
y2 = x + f2 x = y2- f2
y3 = x + f3 x = y3- f3

y1- f1 = y2 - f2
y2- f2 = y3 - f3

r1 = y1- y2 = f1- f2
r2 = y2- y3 = f2- f3

Computation form

Evaluation form

Fault isolation

$r1 = y1 - y2 = f1 - f2$
$r2 = y2 - y3 = f2 - f3$

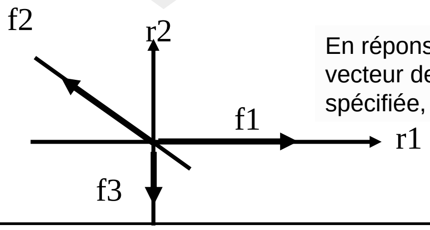
$$\begin{cases} r1 \\ r2 \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W1 & W2 & W3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f1 \\ f2 \\ f3 \end{bmatrix}$$

$$r(k) = W_1 f_1(k) + W_2 f_2(k) + W_3 f_3(k)$$

	f1	f2	f3
r1	1	1	0
r2	0	1	1

structured residuals

En réponse à une défaillance donnée, certaines composantes (spécifiques à cette défaillance) du vecteur de résidus sont nulles.



En réponse à une défaillance donnée, le vecteur de résidus reste dans une direction spécifiée, propre à cette défaillance.

directional residuals

Conclusion about hardware redundancy

- detect sensor faults (if detectable)
- isolate sensor faults (if enough redundancy)
- estimate the unknown variable with several estimation versions

- needs noise models for statistical decision
- needs uncertainty models for set theoretic based decision

- powerful approach but multiplies weight and costs
- limited to sensor faults
- sensitive to common mode faults

One step ahead

Analytical redundancy (static)

Copyright© : Prof. B. Ould Bouamama , Polytech'Lille

RRAs

☞ Définition

✓ *Une RRA est une relation déduite du modèle mathématique du système à surveiller, entre des variables dont les valeurs numériques sont disponibles à partir de l'instrumentation (commande, consignes, mesures).*

- Le modèle général peut s'écrire : $F(u,x,x_0, y, \Theta)$
- L'évolution de x suit une trajectoire qui dépend de x_0 et u
- Les RRAs éliminent x pour obtenir : $g(u, y, \Theta)$

☞ Problématique : comment générer ces RRAs

✓ Redondance statique

✓ Redondance dynamique

Système linéaire

☞ *Soit donnée*

$x(t+1) = A\,x(t) + B\,u(t) + F_x\,d(t) + E_x\,\varepsilon(t)$

$y(t) = C\,x(t) + D\,u(t) + F_y\,d(t) + E_y\,\varepsilon(t)$

F : fault,
E : uncertainties

$$x \in \Re^n,\ \ y \in \Re^m$$

☞ Redondance statique

- ✓ Soit m>n : Alors, il existe (en permutant éventuellement les lignes) une décomposition de *C* sous la forme

$$C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

- ✓ telle que C_1 est inversible et alors y(t) l'équation de mesure s'écrit :

☞ L'équation de mesure devient :

$$\begin{bmatrix} \mathrm{y}_1(t) \\ \mathrm{y}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} \mathrm{x}(t) + \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} \mathrm{u}(t) + \begin{bmatrix} F_{y1} \\ F_{y2} \end{bmatrix} \delta(t) + \begin{bmatrix} E_{y1} \\ E_{y2} \end{bmatrix} \varepsilon(t)$$

☞ X est calculé alors à partir de y1,

$$\mathrm{x}(t) = C_1^{-1}\left[\mathrm{y}_1(t) - D_1\mathrm{u}(t) - F_{y1}\delta(t) - E_{y1}\varepsilon(t)\right]$$

- ✓ et éliminé en le remplaçant dans Y2 : on obtient les RRAs en substituant *x* dans y2

$$\mathrm{y}_2(t) - C_2 C_1^{-1}\mathrm{y}_1(t) - (D_2 + C_1^{-1}D_1)\mathrm{u}(t) - (F_{y2} + C_1^{-1}F_{y1})\delta(t)$$
$$- (E_{y2} + C_1^{-1}E_{y_1})\varepsilon(t) = 0$$

☞ Forme de calcul et d'évaluation du résidu

$$y_2(t) - C_2 C_1^{-1} y_1(t) - (D_2 + C_1^{-1} D_1) u(t) - (F_{y_2} + C_1^{-1} F_{y_1}) \delta(t) - (E_{y_2} + C_1^{-1} E_{y_1}) \varepsilon(t) = 0 \Rightarrow$$

$$\rho(t) = y_2(t) - C_2 C_1^{-1} y_1(t) - (D_2 + C_1^{-1} D_1) u(t) = (F_{y_2} + C_1^{-1} F_{y_1}) \delta(t) - (E_{y_2} + C_1^{-1} E_{y_1}) \varepsilon(t)$$

✓ Une autre approche pour éliminer l'inconnu x consiste à trouver une matrice W orthogonale à C/ (WC=0) (Chow 84). En multipliant l'équation de mesure à gauche par W : =0

Wy(t) = WCx(t) +WD u(t) + WFy d(t) + WEy ε(t) = WD u(t) + WFy d(t) + WEy ε(t)

Dans ces conditions :

1. le système de l'équation de mesure est sur-déterminé par rapport à *x* :
2. on a *m – n* relations de redondance analytique, car la matrice *W* possède *m – n* lignes linéairement indépendantes (formant une base du noyau de *C*).

Espace de parité statique

☞ Soit l'équation de mesure donnée par :

$$\begin{aligned} & y(k) = C.x(k) + Du(k) + H.d(k) + Gf(k) \\ & \dim(y(k)) = m \times 1 \\ & \dim(x(k)) = n \times 1 \\ & \dim(C) = m \times n \\ & Rang(C) = R(C) < m \end{aligned}$$

☞ Colonnes de C : sous espace vectoriel de dimension R(C) :

✓ On note $C^{R(C)}$

☞ Soit le sous espace suplémentaire à $C^{R(C)}$ noté $W^{m-R(C)}$

✓ $W^{m-R(C)}$ est dit Esapce de Parité

✓ On a : $C^{R(C)} \oplus W^{m-R(C)} = R^m$ (⊕ somme d'esapce vectoriels)

☞Projection dans l'espace de parité

- ✓ En projetant l'équation de mesure dans l'espace de parité (en multipliant les deux membres de l'équation de mesure y(k) par W) sachant que WC=0, on obtient :

$$W[y(k) - Du(k)] = W[H.d(k) + Gf(k)]$$

- ✓ RRA et résidu : en absence de défaillances et de perturbations (d(k)=f(k)=0)

$$W[y(k) - Du(k)] = 0 \Leftrightarrow RRA \qquad r(k) = W[y(k) - Du(k)] \Leftrightarrow Résidu$$

- ✓ Comme W est de rang m-R(C) alors les m-R(C), résidus sont linéairement indépendants

Chap3: ANALYTICAL REDUNDANCY
Copyright© : Prof. B. Ould Bouamama , Polytech'Lille

Formes du vecteur de parité

$$W[y(k) - Du(k)] = W[H.d(k) + Gf(k)]$$

Forme de calcul

$$r(k) = W[y_{mesuré}(k) - Du_{mesuré}(k)] = 0$$

Forme d'évaluation

$$r(k) = W[H.d(k) + Gf(k)]$$

Redondance physique

☞ Example : triplex redundancy

$y1 = x + f1 \qquad x = y1 - f1$
$y2 = x + f2 \qquad x = y2 - f2$
$y3 = x + f3 \qquad x = y3 - f3$

$$\left.\right\} \begin{array}{l} y1 - f1 = y2 - f2 \\ y2 - f2 = y3 - f3 \end{array}$$

$r1 = y1 - y2 = f1 - f2$
$r2 = y2 - y3 = f2 - f3$

Copyright© : Prof. B. Ould Bouamama , Polytech'Lille

Redondance physique

☞C'est un cas particulier de la redondance statique

✓ Exemple (système triplex) $\quad y(k) = C.x(k) + Gf(k)$

$$\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ y_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \\ f_2(k) \end{bmatrix}$$

$$\dim(y(k)) = 3\times 1, \dim(x(k) = 1\times 1, \dim(C) = 3\times 1$$

✓ Espace de parité de dimension 2. Une base W peut être choisie WC=0 (2 vecteurs hortogonaux à C). Parmi toutes les solutions choisissons :

$$W = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

✓ Projetant l'équation de mesure dans l'espace de parité

$$r(k) = \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix} = W.\left[y(k) + Gf(k)\right] = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ y_3(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \\ f_3(k) \end{bmatrix} \right)$$

$$r_1(k) = y_1(k) - y_2(k) = f_1(k) - f_2(k)$$
$$r_2(k) = y_1(k) - y_2(k) - y_3(k) = f_2(k) - f_3(k)$$

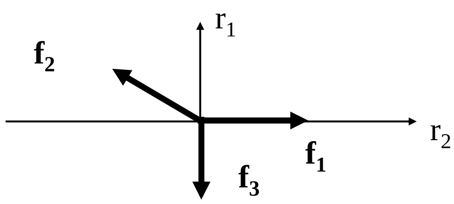
Résidus directionnels

☞r(k) peut s'exprimer comme suit :

$$r(k) = \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix} = [W_1 \;\; W_2 \;\; W_3] \begin{bmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \\ f_3(k) \end{bmatrix} \Rightarrow r(k) = W_1 f_1(k) + W_2 f_2(k) + W_3 f_3(k)$$

$$W_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \; W_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \; W_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

- ✓ L'espace de parité est un espace de dimension 2. Le vecteur des résidus se déplacera suivant une direction specifique à chacune des pannes



Redondance statique

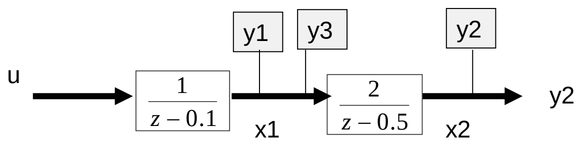
☞Espace de parité statique

- ✓ Le cas statique consiste à rechercher les relations algébriques liant les valeurs instantanées des mesures

- ☞Il y a redondance statique si on peut trouver
  - ✓ un ensemble de vecteurs W orthogonaux à C. *WC = 0*
  - ✓ Les vecteurs lignes de W définissent l'espace de parité statique :
- ☞En projetant l'équation de la mesure dans l'espace de parité, on obtient :
  - ✓ *RRA statique : W.Y = W.C.X = 0*
  - ✓ *Dans la réalité :*
  - ✓ *Y = C.X + e + d*

EXEMPLE

☞ Espace de parité statique



$$\begin{cases}\mathbf{zx}_1 = 0.1\mathbf{x}_1 + \mathbf{u} \\ \mathbf{zx}_2 = 2\mathbf{x}_1 + 0.5\mathbf{x}_2\end{cases}$$

$$\begin{cases}\mathbf{y}_1 = \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{y}_2 = \mathbf{x}_2 \\ \mathbf{y}_3 = \mathbf{x}_1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\mathbf{zx} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} = \mathbf{Cx}\end{cases}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 2 & 0.5 \end{bmatrix},\ \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = 0,\ \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \mathbf{y}_3 \end{bmatrix}$$

Pour éliminer x, on cherche W tel que : Wy = WCx = 0

$$\mathbf{Wy} = \mathbf{Wcx} = 0 \Rightarrow \mathbf{WC} = 0$$

$$\mathbf{Rang(C)} \le \mathbf{m}$$
$$\mathbf{Rang(W)} = \mathbf{m} - \mathbf{Rang(C)} = 3 - 2 = 1$$
$$\dim(\mathbf{W}) = (\mathbf{Rang(W)}), \mathbf{m})$$

☞Les résidus sont : $\mathbf{r} = \mathbf{W}\mathbf{y} = 0$

☞Comme dim(W)=1x3, alors W = (a b c)

- ✓ Tous les vecteurs de la forme : W= [a 0 -a] annule WC

☞Alors on trouve : $\mathbf{r} = \mathbf{W}\mathbf{y} = [\mathbf{a} \quad 0 \quad -\mathbf{a}].\begin{bmatrix}\mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \mathbf{y}_3\end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \mathbf{r} = \mathbf{y}_1 - \mathbf{y}_3$

☞On retrouve la redondance matérielle :

A bit more complex

Analytical redundancy (dynamic)

Analytical redundancy (dynamic)

State space model

Continuous time

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Discrete time

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

If there exists *W* such that *WC = 0*
then static redundancy relations can be found

Dynamical Analytical redundancy (continuous)

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Dérivation de y

$$\dot{y}(t) = C\dot{x}(t) + D\dot{u}(t)$$

$$\dot{y}(t) = CAx(t) + CBu(t) + D\dot{u}(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$
$$\dot{y}(t) = CAx(t) + CBu(t) + D\dot{u}(t)$$

$$\begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} D & 0 \\ CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \end{pmatrix}$$

Dynamic Analytical redundancy (Discrete)

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Dérivation de y

$$y(t+1) = Cx(t+1) + Du(t+1)$$

$$y(t+1) = CAx(t) + CBu(t) + Du(t+1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$
$$y(t+1) = CAx(t) + CBu(t) + Du(t+1)$$

$$\begin{pmatrix} y(t) \\ y(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} D & 0 \\ CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ u(t+1) \end{pmatrix}$$

Analytical redundancy (dynamic)

$$\begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} D & 0 \\ CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \end{pmatrix}$$

If there exists W such that

$$\underbrace{\begin{pmatrix} W_1 & W_2 \end{pmatrix}}_{W} \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = 0$$

then

$$\begin{pmatrix} W_1 & W_2 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} D & 0 \\ CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \end{pmatrix} \right] = 0$$

Analytical redundancy (general)

$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$

$y(t) = Cx(t) + Du(t)$

Dérivation de y

$\dot{y}(t) = CAx(t) + CBu(t) + D\dot{u}(t)$

Dérivation de y'

$\ddot{y}(t) = CA\dot{x}(t) + CB\dot{u}(t) + D\ddot{u}(t)$

Dérivation de $y^{(n)}$

etc.

Observability matrix *OBS(A, C, p)*

Toeplitz matrix *T(A, B, C, D, p)*

$$\begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dots \\ y^{(p)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{(p)} \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ CA^{(p-1)}B & \dots & CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \\ \dots \\ u^{(p)}(t) \end{pmatrix}$$

Expressions of dynamical ARRs

$$\begin{pmatrix} y(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dots \\ y^{(p)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{(p)} \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ CA^{(p-1)}B & \dots & CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ \dot{u}(t) \\ \dots \\ u^{(p)}(t) \end{pmatrix} \Rightarrow \bar{y}^{(p)} = OBS\,(A, C, p).x(t) + T\,(A, B, C, D, p).\bar{u}^{(p)}$$

If there exists W such that $W.OBS(A,C,P) = 0$

$W\bar{y}^{(p)} = WOBS\,(A, C, P).x(t) - WT\,(A, B, C, D, p).\bar{u}^{(p)}$

$W.OBS(.) = 0$

ARRs are : $W\bar{y}^{(p)} - W.T(A,B,C,D,p)\bar{u}^{(p)} = 0$

Rows of W are a basis of *Ker(OBS),* define the parity space
Parity space dimension is number of sensors

Analytical redundancy (general)

Redundancy relations in time / symbolic domains

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Laplace transform

$$sX = AX + BU$$
$$Y = CX + DU$$

$$W\overline{y}^{(p)} - WT(A,B,C,D,p)\overline{u}^{(p)} = 0 \longleftrightarrow Y - \left(C(sI-A)^{-1}B + D\right)U = 0$$

$$QW\overline{y}^{(p)} - QWT(A,B,C,D,p)\overline{u}^{(p)} = 0$$

$$N(s)Y - N(s)\left(C(sI-A)^{-1}B + D\right)U = 0$$

$$N(s)Y - M(s)U = 0$$

Fault detection

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_x f$$
$$y(t) = Cx(t) + Du(t) + F_y f$$

$$W\overline{y}^{(p)} - WT(A,B,C,D,p)\overline{u}^{(p)} - WT(A,F_x,C,F_y,p)\overline{f}^{(p)} = 0$$

$$r = \underbrace{W\overline{y}^{(p)} - WT(A,B,C,D,p)\overline{u}^{(p)}}_{\text{Computation form}} = \underbrace{WT(A,F_x,C,F_y,p)\overline{f}^{(p)}}_{\text{Evaluation form}}$$

Computation form

Evaluation form
= 0 when no fault
≠0 when fault is present

RESUME REDONDANCE DYNAMIQUE

☞Soit donné le système $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$ (1)
$y(k) = Cx(k) + Du(k)$ (2)

☞A l'instant K+1 $y(k+1) = Cx(k+1) + Du(k+1)$ (3)

☞En utilisant (1) on a $y(k+1) = CAx(k) + CBu(k) + Du(k+1)$

☞Alors:

$$\begin{pmatrix} y(k) \\ y(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} D & 0 \\ CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(k) \\ u(k+1) \end{pmatrix}$$

☞En généralisant à l'ordre p

$$\begin{pmatrix} y(k) \\ y(k+1) \\ \dots \\ y(k+p) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \dots \\ CA^{(p)} \end{pmatrix} x(k) + \begin{pmatrix} D & 0 & \dots & 0 \\ CB & D & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ CA^{(p-1)}B & \dots & CB & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ \dots \\ u(k+p) \end{pmatrix}$$

$$\bar{y}(k,p) = OBS\,(A,C,p).x(k) + T\,(A,B,C,D,p).\bar{u}(p,k)$$

☞Conséquence du théorème de Cayley-Hamilton

- ✓ : il existe p tel que le rang de OBS(A,C,p) soit inférieur au nombre de lignes donc on peut trouver une matrice W telle que :

W.OBS(A,C,p) = 0

- ✓ *L'espace supplémentaire à OBS, défini par W, est appelé "espace de parité".*
- ✓ En projetant l'équation (3) dans cet espace, on obtient :

$$W\bar{y}(k,p) - WT\,(A,B,C,D,p)\bar{u}(k,p) = 0$$

Cette relation est appelée : "relation de redondance analytique dynamique". Le résidu est :

$$r(k) = W\bar{y}(k,p) - WT\,(A,B,C,D,p)\bar{u}(k,p) = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{array}{l} rang(W) = m(p+1) - rang(T) \\ \dim(W) = (rang(W), m(p+1)) \end{array}}$$

Application numérique

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(K) + Bu(k) \\ y(k = Cx(k) \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 2 & 0.5 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I,\ y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\overline{y}(k,p) = OBS(A,C,p).x(k) + T(A,B,C,D,p).\overline{u}(p,k)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{y}(k) \\ \overline{y}(k+1) \\ \overline{y}(k+2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & 0 & 0 \\ CB & D & 0 \\ CAB & CB & 0 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \\ u(k+2) \end{bmatrix}$$

Dérivée jusqu'à l'ordre deux

Calcul de W : dérivée ordre 1 :

$$\overline{y}(k,1) = OBS\,(A,C,1).x(k) + T_1(A,B,C,D,1).\overline{u}(1,k)$$

D

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 1,2 & 0.25 \end{bmatrix},\ OBS_1 = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0.1 & 0 \\ 2 & 0.5 \end{bmatrix}\ T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

D

CB

$$\boxed{\begin{array}{l} rang(W) = m(p+1) - rang(T_1) = 2*(1+1) - 2 = 2 \\ \dim(W) = (rang(W), m(p+1)) = (2,4) \end{array}}$$

$\boxed{W.OBS_1(.) = 0 \Rightarrow}$

$$W.OBS_1(.) = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} a & b & c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0.1 & 0 \\ 2 & 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Trouvons alors 2 vecteurs W linéairement indépendants

$$\begin{cases} a + 0.1c + 2d = 0 \\ b + 0.5d = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 \text{ équations } 4 \text{ inconnues}$$

On fixe arbitrairement 2 inconnues

$$a = 0, et\ d = -1 \Rightarrow b = -0.5d,\ c = -20d \Rightarrow W_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 & 20 & -1 \end{bmatrix}$$

$$b = 0, et\ d = 0 \Rightarrow d = 0 \Rightarrow,\ a = -0.1c \Rightarrow W_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c = 0 \text{ et } d = -2 \qquad \Rightarrow W_3 = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

W3 est une combinaison linéaire de W1 et W2

$\boxed{W_3 = 0.5W_2 - 2W_1}$

Expressions des résidus

$$r(k) = W\overline{y}(k,p) - WT(A,B,C,D,p)\overline{u}(k,p$$

$\boxed{W = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix}}$

$r(k) = W\bar{y}(k,1) - WT_1(A,B,C,D,1)\bar{u}(k,1)$

$$r(k) = \begin{bmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ y_1(k+1) \\ y_2(k+1) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & -10 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k+1) \end{bmatrix}$$

$$r_1(k) = y_1(k) - 10y_1(k+1) + 10u(k) \Rightarrow r_1(z) = z^{-1}y_1 - 10y_1 + 10z^{-1}u$$

$$r_2(k) = 4y_1(k) + y_2(k) - 2y_2(k+1) \Rightarrow r_2(z) = 4z^{-1}y_1 + z^{-1}y_2 - 2y_2$$

Si r=0, on retrouve le modèle initial

$$\begin{cases} zx_1 = 0.1x_1 + u \\ zx_2 = 2x_1 + 0.5x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_1 = \frac{u}{z-0.1},\ y_2 = \frac{2}{z-0.5}y_1$$

Résidus d'ordre 2

☞ Les matrices OBS et T seront :

$$OBS_2 = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CAB \end{bmatrix} \quad T_2 = \begin{bmatrix} D & 0 & 0 \\ CB & D & 0 \\ CAB & CB & 0 \end{bmatrix}$$

$$rang(W) = m(p+1) - rang(T_2) = 2*(2+1) - 2 = 4$$
$$\dim(W) = (rang(W), m(p+1)) = (4,6)$$

☞ On obtient après calcul

Résidu d'ordre 2

$$r_1 = z^{-1}y_1 - 10y_1 + 10z^{-1}u(z)$$
$$r_2 = 4z^{-2}y_1 + z^{-2}y_2 - 2z^{-1}y_2$$
$$r_3 = z^{-2}y_1 - 10z^{-1}y_1 + 10z^{-2}u(z)$$
$$r_4 = z^{-2}y_2 - 12z^{-1}y_2 + 20y_2 + 40z^{-2}u$$

Résidu d'ordre 1 obtenu avant

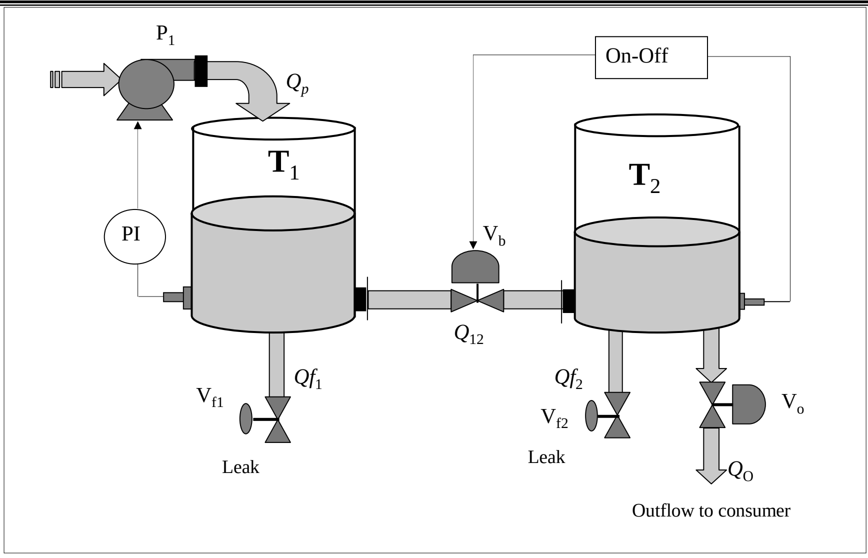
$$r_1(z) = z^{-1}y_1 - 10y_1 + 10z^{-1}u$$
$$r_2(z) = 4z^{-1}y_1 + z^{-1}y_2 - 2y_2$$

☞ Analyse

- ✓ A l'ordre deux on obtient des résidus sensibles uniquement à Y2
- ✓ Si on augmente l'ordre, on obtient les mêmes RRAs décalées dans le temps (filtrées)

EXEMPLE

EXEMPLE : REDONDANCE ANALYTIQUE



Etat: $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

Où

x_1 représente le niveau d'eau dans le réservoir T_1

et x_2 représente le niveau d'eau dans le réservoir T_2

Entrée: $u = \begin{bmatrix} u_b \\ u_p \\ u_o \\ Q_p \end{bmatrix}$

Où:

Q_p représente le débit de la pompe

u_b représente la position de la vanne V_1

u_o représente la position de la vanne V_2

u_p représente la sortie du PI

Mesure: $y = \begin{bmatrix} my_1 \\ my_2 \\ mu_p \\ mQ_p \end{bmatrix}$

Avec:

$$my_1 = x_1 + \varepsilon_1$$
$$my_2 = x_2 + \varepsilon_2$$
$$mu_p = u_p + \varepsilon_3$$
$$mQ_p = Q_p + \varepsilon_4$$

Où: $\varepsilon_{i\,(i=1,2,3,4)}$ est le **bruit** de mesures

Régulation du système:

Pompe: Contrôlée par un intégrateur **PI** suivant le niveau d 'eau $h_1$dans le réservoir T_1:

$$Up = K_p(h_{1c}-h_1(t)) + K_I \int ((h_{1c}-h_1(t))\, dt$$

avec

$$Qp = \begin{cases} U_p & \text{Si } 0<U_p<Q_{pmax} \\ 0 & \text{Si } Up<=0 \\ Q_{pmax} & \text{Si } U_p>=Q_{pmax} \end{cases}$$

Vannes:

V_b contrôle le niveau d'eau h_2 par un tout ou rien « **On-Off** »:

$$U_b = \begin{cases} 0 & \text{si } h_2 = h_{2max} \\ 1 & \text{si } h_2 = h_{2min} \end{cases}$$

V_o contrôle l'écoulement de sortie:

$$U_o = \begin{cases} 0 & \text{si } V_2 \text{ est } \textbf{ouverte} \\ 1 & \textbf{sinon} \end{cases}$$

Indicateurs de fautes

RRA(1):

$$A_1 dmy_1/dt - A_1 d\varepsilon_1/dt =$$
$$mQp - C.sign(my_1 - my_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2)\sqrt{|my_1 - my_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2|}.u_b - Q_{f1}$$

RRA(2):

$$A_2 dmy_2/dt - A_2 d\varepsilon_2/dt =$$
$$C.sign(my_1 - my_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2)\sqrt{|my_1 - my_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2|}.u_b - C\sqrt{(y_2 - \varepsilon_2)}.u_o - Q_{f2}$$

RRAs

RRA(3):

$$mQp - \varepsilon_3 = \begin{cases} mu_p - \varepsilon_4 & \text{Si } 0 < mUp < Qmax \\ 0 & \text{Si } mU_p <= 0 \\ Qpmax & \text{Si } mU_p >= Q_{pmax} \end{cases}$$

RRA(4):

$$mU_p - \varepsilon_4 = K_p(h_{1c} - my_1(t) + \varepsilon_1) + K_I \int (h_{1c} - my_1(t) + \varepsilon_1)\,dt$$

Résidus

$$r_1 = A_1 dmy_1 / dt - A_1 d\varepsilon_1 / dt - Qp + C.sign(my_1 - my_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2)\sqrt{|my_1 - my_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2|}.u_b + Q_{f1}$$

$$r_2 = A_2 dmy_2 / dt - A_2 d\varepsilon_2 / dt - C.sign(my_1 - my_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2)\sqrt{|my_1 - my_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2|}.u_b + C\sqrt{(my_2 - \varepsilon_2)}.u_o + Q_{f2}$$

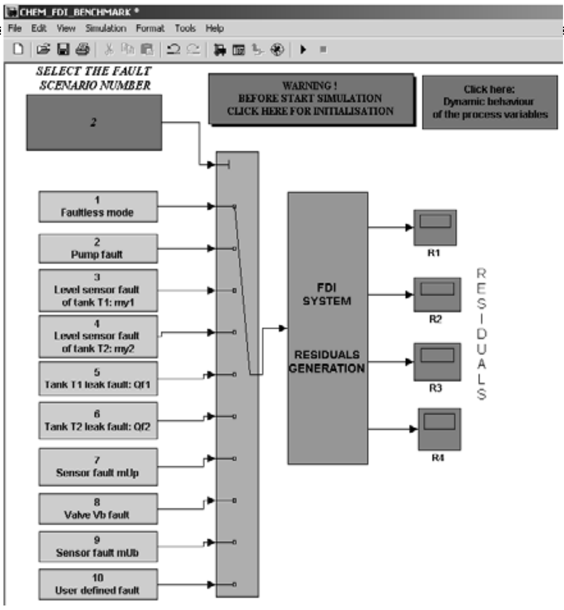
$$r_3 = mQp - \varepsilon_3 \quad \begin{cases} mu_p - \varepsilon_4 & \text{Si } 0 < mUp < Qmax \\ 0 & \text{Si } mU_p <= 0 \\ Qpmax & \text{Si } mU_p >= Q_{pmax} \end{cases}$$

$$r_4 = mU_p - \varepsilon_4 \quad K_p(h_{1c} - my_1(t) + \varepsilon_1) - K_I \left(\int (h_{1c} - my_1(t) + \varepsilon_1) dt\right)$$

Signature faults

	my1	my2	mQp	mUb	mUo	mUp	Qf1	Qf2	pompe
r1	1	1	1	1	0	0	1	0	0
r2	1	1	0	1	1	0	0	1	0
r3	1	0	0	0	0	1	0	0	1
r4	0	0	1	0	0	1	0	0	0

SIMULATION SOUS MATLAB



Conclusion about dynamic analytical redundancy

- detects any fault (if detectable)
- isolates any fault (if enough redundancy)
- estimates the unknown variable with several estimation versions

- needs noise models for statistical decision
- needs uncertainty models for set theoretic based decision

Observer-based approaches

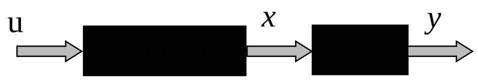
➲ Principe des méthodes FDI par observateur

- Reconstruction de la sortie du procédé à partir des observations issues des capteurs puis comparer cette estimation à la valeur réelle de cette sortie
- En fonction dee la nature du système on a:
  - Cas déterministe : l'estimation est effectuée à l'aide des observateurs
  - Cas stochastique : filtre de Kalman

➲Un observateur ou reconstructeur a pour but à partir des variables mesurées de permettre une estimation du vecteur d'état

OBSERVATEUR

➲Given



➲How to reconstruct based on output error

- State equation

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases}, \qquad x \in \Re^n,\ \ y \in \Re^m,\ u \in \Re^p$$

- Structure of the observer

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K\underbrace{[y(t) - C\hat{x}(t)]}_{\text{Erreur d'estimation}} \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad \hat{x}(0) = \hat{x}_0$$

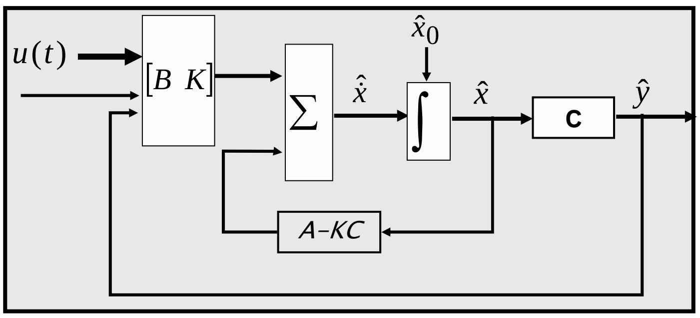
$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = (A - KC)\hat{x}(t) + [B \ \ K]\begin{pmatrix} u(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) \end{cases}$$

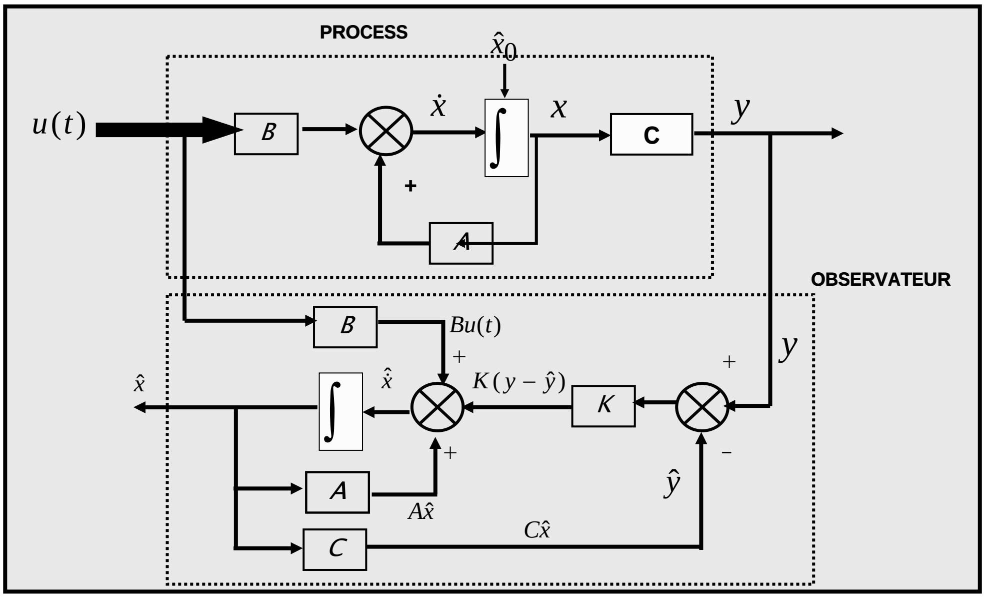
$\hat{x} \in \Re^n$, $K \in \Re^{n,m}$: Gain, $u \in \Re^r$

$\hat{x}(0) = \hat{x}_0$

Simulation de l'observateur

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = (A - KC)\hat{x}(t) + [B \ \ K]\begin{pmatrix} u(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) \end{cases}$$





Convergence

Convergence conditions

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)\\ y=Cx(t)\end{cases},\ x\in\Re^{n},\ y\in\Re^{m},\ u\in\Re^{p} \quad\Rightarrow\quad \begin{cases}\dot{\hat{x}}(t)=A\hat{x}(t)+Bu(t)+K\left[y(t)-C\hat{x}(t)\right]\\ \hat{y}=C\hat{x}(t)\end{cases}$$

$$\tilde{x}=x-\hat{x}\Rightarrow\dot{\tilde{x}}=\dot{x}-\dot{\hat{x}}=(Ax+Bu)-(A\hat{x}+Bu+K(y-C\hat{x}))=A(x-\hat{x})-KC(x-\hat{x})$$

$$\frac{d(x-\hat{x})}{dt}=\dot{\tilde{x}}=A(x-\hat{x})-KC(x-\hat{x})=(A-KC)\tilde{x} \quad\Rightarrow\quad \tilde{x}(p)=(pI-A+KC)^{-1}(x_0-\hat{x}_0)$$

Erreur d'estimation

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt}=(A-KC).\varepsilon(t)$$

ε s'annule exponentiellement si (A-KC) est asymptotiquement stable i.e. valeurs propres (modes) sont à partie réelles négatives :
Comment ? : Bien choisir K

Remarques

➲ Conclusion

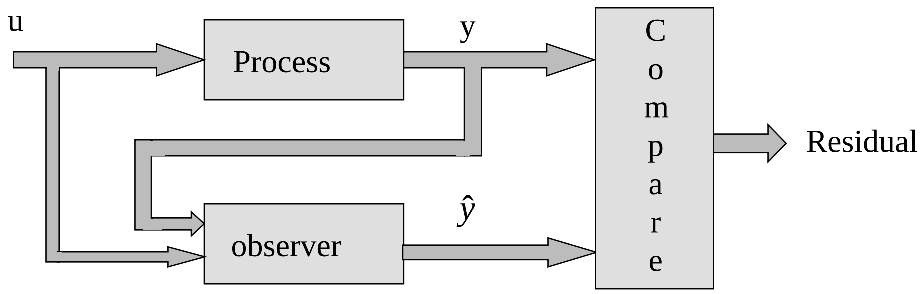
- L'erreur de reconstruction n'est pas nulle: car les CI de l'observateur est choisi arbitrairement et celui du système inconnu
- Comment annuler l'erreur : On ne peut agit que sur K : choisir alors K pour stabiliser la matrice A-KC assurant la convergence vers zéro de l'erreur
- Techniques utilisées : Placement de pôles permet de fixer la vitesse de convergence en ajustant les coefficient de K (voir sur Matlab les instructions *place* et *acker*)

L'idée du diagnostic par observateur

➲ Impossible de générer l'erreur d'estimation : car état réel n'existe pas

➲ L'erreur de reconstruction de la sortie y peut être calculée car on suppose qu'il existe un capteur à la sortie

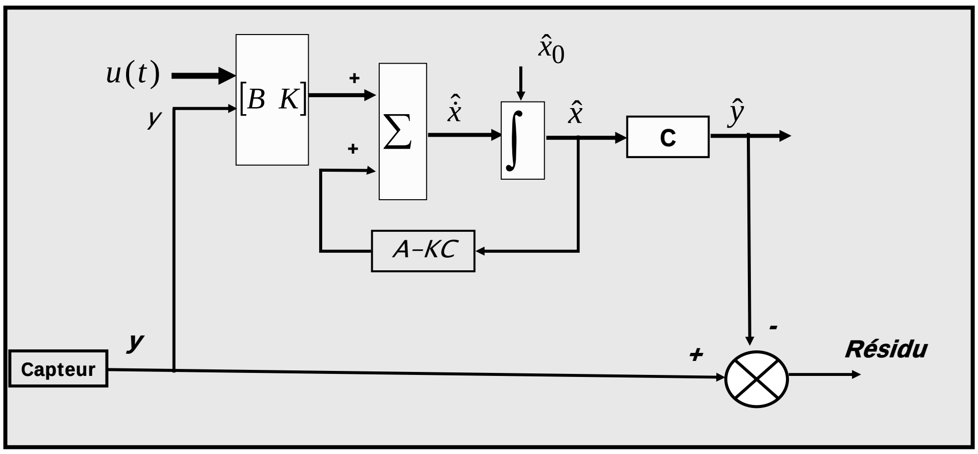
General principle



Comment génération les résidus ?

➲1. Par simulation

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = (A - KC)\hat{x}(t) + [B \;\; K]\begin{pmatrix} u(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) \end{cases}$$



Calcul du résidu en Z

➲ 1. Transformée en z

- D'une part

$$z\hat{x} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}) \Rightarrow z\hat{x} - A\hat{x} + KC\hat{x} = Bu + Ky \Rightarrow \boxed{\hat{x} = [zI - (A - KC)]^{-1}.(Bu + Ky)}$$

- D'autre part on a :

$$\hat{y} = C\hat{x} = C[zI - (A - KC)]^{-1}.(Bu + Ky)$$

- Alors le résidu sera :

$$\boxed{r(z) = y - \hat{y} = y - C[(zI - (A - KC)]^{-1}(Ky + Bu)}$$

Calcul du résidu en *p*

➲2. En transformèe de Laplace p

- D'une part

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad t = 0 \Rightarrow x(0) = x_0 \quad \xrightarrow{\mathcal{L}} \quad \begin{cases} X(p)[pI - A] = BU(p) + x_0 \\ Y(p) = CX(p) \end{cases}$$

$$\Rightarrow Y(p) = C[pI - A]^{-1}(BU(p) + x_0) \quad \textbf{(1)}$$

- D'autre part on a :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K[y(t) - C\hat{x}(t)] \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad \xrightarrow{\mathcal{L}} \quad \hat{Y}(p) = C[pI - A + KC]^{-1}(BU(p) + KY(p) + \hat{x}_0) \quad \textbf{(2)}$$

- Alors le résidu sera (1)-(2) :

$$\boxed{\begin{aligned} Y(p) - \hat{Y}(p) = \tilde{Y}(p) &= \left[I - C(pI - A + KC)^{-1}K\right]^{-1} * \left[C(pI - A)^{-1}.(BU(p) + x_0)\right] \\ &- \left[C(pI - A + KC)^{-1}\right] * [BU(p) + \hat{x}_0] \end{aligned}}$$

Analyse du résidu : convergence de l'observateur et sensibilité du résidu aux bruits

- Aprés quelques simplifications, les termes en U disparaissent:

$$Y-\hat{Y}(p)=\tilde{Y}(p)=\left(I-C(pI-A+KC)^{-1}.K\right)*C(pI-A)^{-1}x_0-C(pI-A+KC)^{-1}\hat{x}_0$$

- Pour simplifier encore cette expression, on utilise le lemme d'inversion de matrice

$$(P+UV)^{-1}=P^{-1}-P^{-1}U\left(I+VP^{-1}U\right)^{-1}VP^{-1}$$

- Le résidu sera alors :

$$r(p)=Y-\hat{Y}(p)=C\left(pI-A+KC\right)^{-1}\left(x_0-\hat{x}_0\right)$$

➲ Analyse de r(p)

- 1. L'erreur de reconstruction de la sortie dépend de l'erreur d'estimation des CI
- 2. Dilemme convergence de l'observateur et sensibilité du résidu aux bruits :
  - Choisir le gain K de façon que l'erreur converge rapidement (en imposant des valeurs propres de la matrice trés faible)
  - Mais si K augmente trop, le résidu sensible aux bruits aléatoires

Exemple

➲ Cas simple monovariable

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=-2x(t)+u(t)\\ y=4x(t)\end{cases}\quad t=0,\ x(0)=x_0$$

$$\begin{cases}\dot{\hat{x}}(t)=-2\hat{x}(t)+u(t)+K\left[y(t)-4\hat{x}(t)\right]\\ \hat{y}=4\hat{x}(t)\end{cases}\quad t=0,\ \hat{x}(0)=\hat{x}_0$$

$$\frac{d(x-\hat{x})}{dt}=\dot{x}-\dot{\hat{x}}=\dot{\tilde{x}}=-2(x-\hat{x})-KC(x-\hat{x})=\left(-2-4K\right)\left(x-\hat{x}\right)$$

$$\varepsilon(t)=x-\hat{x}$$

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt}=\left(-2-4K\right).\varepsilon(t)$$

$\mathcal{L}$

$$\varepsilon(p)=\frac{\varepsilon_0}{\left(p+(2+4K)\right)}$$

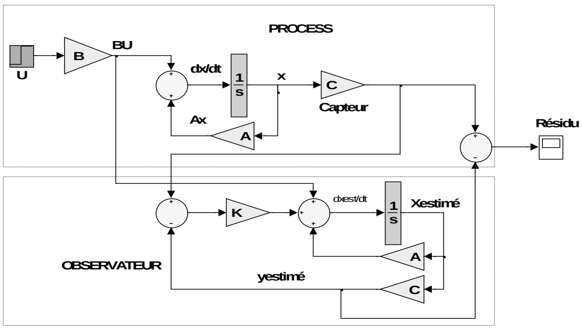
$$\varepsilon(t)=\varepsilon_0.e^{-\alpha t}$$
$$\alpha=4k+2$$

➲ Convergence de l'erreur

$$\alpha>0\Rightarrow 4k+2>0\Rightarrow k>-0{,}5$$

Simulation

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = 2\hat{x}(t) + u(t) + K\left[y(t) - 4\hat{x}(t)\right] \\ \hat{y} = 4\hat{x}(t) \end{cases} \quad t = 0,\ \hat{x}(0) = \hat{x}_0$$



Exemple 2

- **Soit le système dont seul la sortie est mesurée**

$$\begin{cases} zx = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases} \qquad A = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 2 & 0.5 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix},\ C = I,\ y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} zx_1 = 0.1x_1 + u \\ zx_2 = 2x_1 + 0.5x_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

1. On reconstruit l'état du système x par une estimation

2. Comment ? : on va corriger cet estimation par l'adjonction de l'erreur sur la mesure d'estimation sur la mesure par l'équation $K(y - C\hat{x})$

$$z\hat{x} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

2. Équation dynamique de l'erreur d'estimation $\varepsilon = x - \hat{x}$

$$z\varepsilon = (A - KC)\varepsilon$$

3. Convergence de cette erreur $\varepsilon \to 0$

Trouver une matrice K telq ue A-KC soit stable (racines dans le cercle unité

Exemple 2 / 3

➲ Expression des résidus r(z)

$$z\hat{x} = A\hat{x} + Bu + K(y - \hat{y}) \Rightarrow z\hat{x} - A\hat{x} + KC\hat{x} = Bu + Ky \quad \Rightarrow \quad \hat{x} = [zI - (A - KC)]^{-1} * (Bu + Ky)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} = C[zI - (A - KC)]^{-1}.(Bu + Ky) \Rightarrow \boxed{r(z) = y - \hat{y} = y - C[(zI - (A - KC)]^{-1}(Ky + Bu)}$$

➲ Application numérique

- Choix de K pour assurer la convergence

$$z\varepsilon = (A - KC)\varepsilon$$

➲ 1. Dead Beat Observer (à réponse pile)

$$z\varepsilon = (A - KC)\varepsilon \Longrightarrow \begin{matrix}(A - KC) = 0 \\ C = I \Rightarrow K = A\end{matrix} \xrightarrow{\text{2 pôles à l'origine}}$$

$$\boxed{r(z) = y - C[(zI - (A - KC)]^{-1}(Ky + Bu)} \xrightarrow[K = A]{C = I} \boxed{zr(z) = (zI - A)y(z) - Bu}$$

En remplaçant A et B par leur valeurs :

$$\begin{bmatrix} zr_1(z) \\ zr_2(z) \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} (z - 0.1) & 0 \\ -2 & (z - 0.5) \end{pmatrix} * \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} .u(z) \Rightarrow \begin{matrix} zr_1(z) = (z - 0.1)y_1 - u(z) \\ zr_2(z) = (z - 0.5)y_2 - 2y_1 \end{matrix}$$

$$\boxed{\begin{matrix} r_1(z) = y_1 - 0.1y_1 - z^{-1}u(z) \\ r_2(z) = y_2 - z^{-1}.0.5.y_2 - z^{-1}.2y_1 \end{matrix}}$$

➲Observateur quelconque

- On impose une dynamique au système bouclé.

$$A_0 = (A - KC) = \begin{pmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix}$$

- Puis on détermine alors le gain K de l'observateur permettant d'assurer cette dynamique

$$(A - KC) = \begin{pmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \Rightarrow K = \begin{pmatrix} 0.05 & 0 \\ 2 & 0.4 \end{pmatrix}$$

- Ayant fixé K, on peut calculer les résidus

$$r(z) = y - C\left[(zI - (A - KC)\right]^{-1}(Ky + Bu) = y - I\left[(zI - (A - A_0)\right]^{-1}(Ky + Bu)$$

➲ Expressions des résidus

$$\begin{bmatrix} r_1(z) \\ r_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} - \left[zI - \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 2 & 0.5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix} \right]^{-1} * \left(\begin{pmatrix} 0.05 & 0 \\ 2 & 0.4 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \right)$$

$$r(z) = y - C\left[(zI - (A - KC)\right]^{-1}(Ky + Bu)$$

$$r_1(z) = \frac{1}{(z - 0.05)}\left[(z - 0.1) * y_1(z) - u(z)\right]$$

$$r_2(z) = \frac{1}{(z - 0.1)}\left[-2y_1 + (z - 0.5)y_2\right]$$

Observateur de Luenberger Généralisé

➲ Soit donné le système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F_x d(t) + E_x e(t) \\ y = Cx(t) + Du(t) + F_y d(t) + E_y e(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad \textbf{(1)}$$

$x \in \Re^n,\ y \in \Re^m,\ u \in \Re^p,$

A, B, C, D, F, E **: matrice de dimensions appropriée s**

X(t) : état,
u(t) : entrée
d(t) : défauts
e(t) : perturbations ou bruits

➲1. On veut estimer la sortie y(t)

- On utilise alors un observateur de gain K

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K\left[y(t) - C\hat{x}(t) - Du(t)\right] \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) + Du(t) \\ \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \end{cases} \quad \textbf{(2)}$$

Erreurs d'estimation

➲2. Equations dynamiques des erreurs d'estimation

- On compare alors les équations (1) et (2)

$$\begin{cases} \dfrac{d(x-\hat{x})}{dt} = \dfrac{d\tilde{x}}{dt} = (A-KC)\tilde{x}(t) + F_x d(t) + E_x e(t) \\ \tilde{y} = y - \hat{y} = C.\tilde{x}(t) + F_y d(t) + E_y e(t) \\ \tilde{x}(0) = \tilde{x}_0 \end{cases} \quad (3)$$

où :

$F = F_x - KF_y,\quad E = E_x - KE_y$

⮊ 3. Transformée de Laplace de l'erreur de sortie

$$\tilde{y}(p) = G_d(p).d(p) + G_e(p).e(p) + G_0(p).\tilde{x}(p) \qquad (4)$$

où :

$$G_d(p) = C[pI - A + KC]^{-1}(F_x - KF_y) + F_y$$

$$G_e(p) = C[pI - A + KC]^{-1}(E_x - KE_y) + E_y$$

$$G_0(p) = C[pI - A + KC]^{-1}$$

⮊ Remarques :

- 1) : l'expression (4) montre que le résidu est sensible aux défauts (d), aux perturbations et bruits (e), mais aussi aux CI. L'observation converge vers 0 pour t→∞, on peut négliger les transitoires dues aux CI.
- 2) : si d=0, e=0, on obtient l'expression obtenue précédemment
- 3) : Le gain K de l'observateur influe de façon semblable sur d et e : Alors il est difficile de générer un résidu sensible aux défauts à détecter mais insensible aux perturbations
- 3) :L'analyse des matrices G permet de savoir si les composants de d sont isolables des autres

Différentes influences sur le résidu

⮊ 1. Influence du bruit sur le résidu

- Soit e(t) un bruit réalisation d'une variable aléatoire Esp(e(t)=0

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) + Du(t) + E_y e(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Observateur}} \begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = Ax(t) + Bu(t) + K(y - C\hat{x}(t)) \\ \hat{y} = C\hat{x}(t) + Du(t) + E_y e(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

- Structure de l'observateur
  - En utilisant les équations ci-dessus on obtient les expressions des erreurs de reconstruction

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - KC)\tilde{x}(t) - Ke(t) \xrightarrow{\text{Fréquentiel}} \tilde{x}(p) = (pI - A + KC)^{-1}(x_0 - \hat{x}_0 - Ke(p))$$

$$\tilde{y}(t) = C\tilde{x}(t) + e(t) \xrightarrow{\text{Fréquetiel}} \tilde{y}(p) = C(pI - A + KC)^{-1}(x_0 - \hat{x}_0) + \left[I - C(pI - A + KC^{-1})K\right]e(p)$$

Analyse

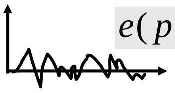
➲ Négligeons d'abord l'influence des CI

- On obtient en négligeant les transitoires dues aux CI

$$\tilde{y}(p) = \left[I - C(pI - A + KC)^{-1}.K\right]e(p)$$

$$\tilde{x}(p) = \left[-(pI - A + KC)^{-1}K\right]e(p)$$

- On peut étudier l'influence du point de vue fréquentiel ou temporel l'influence de e sur le résidu ou sur la reconstruction de l'état



$$e(p) \Longrightarrow (I - C(pI - A + KC)^{-1} \Longrightarrow \tilde{y}(p)$$

  - Exemple : chercher un gain de réglage K, en plaçant la pulsation de coupure du filtre tel que l'influence du bruit **e(jw)** soit réduite

- Autre application : Choix du seuil d'alarmes du résidu
  - Soit données les hypothéses statistiques du bruit :

$$\begin{cases} Esp(e(t)) = 0 \\ Var(e(t)) = V_0 \end{cases}$$

  - Examinons

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - KC)\tilde{x}(t) - Ke(t) \Rightarrow$$

Si e(t) est à valeur moyenne nulle, il en est de même pour $\tilde{x}$

  - Appliquons l'équation de propagation de la variance

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BW(t) \Leftrightarrow \dot{V}_x(t) = AV_x(t) + V_x(t)A^T + BV_W(t)B^T$$

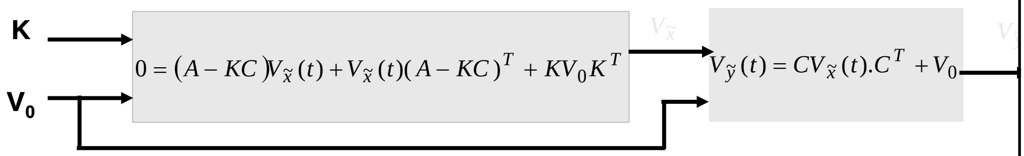
- On aura :

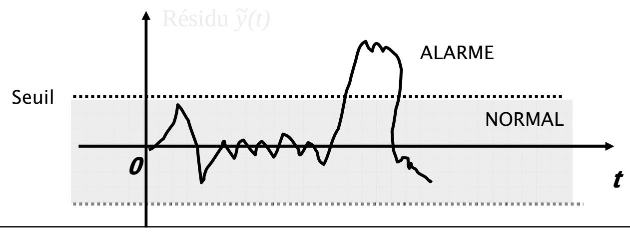
$$\dot{V}_{\tilde{x}}(t) = (A - KC)V_{\tilde{x}}(t) + V_{\tilde{x}}(t)(A - KC)^T + KV_0K^T$$

$$V_{\tilde{y}}(t) = CV_{\tilde{x}}(t).C^T + V_0$$

➲ Calcul en régime stationnaire des seuils d'alarme

- Déterminer un seuil dans la procédure de décision de la présence de fautes en fonction de la variance de y au delà duquel le résidu pourra être considéré nul (il y a réellement alarme)





2. Influence d'une erreur de modélisation

➲ Problématique

- En pratique existence toujours d'une erreur de modélisation
- Observateur construit à partir du modèle alors la sortie reconstruite est sensible aux erreurs de modélisation
- Le diagnostic se base sur l'écart entre sortie reconstruite et réelle
  - Difficile de séparer erreurs dues à la modélisation et celles dues aux fautes

➲But

- Construire un observateur sensible aux défauts et peu sensible aux erreurs de modélisation

Développement

- Modèle d'état incertain
  - On se limite à une erreur sur A

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \delta A)x(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Traduit l'apparition d'une perturbation δA sur le système

- Estimation de l'état calé sur A

$$\begin{cases} \hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K\left(y(t) - C\hat{x}(t)\right) \\ y = C\hat{x}(t) \\ \hat{x}(0) = \hat{x}_0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Représente un observateur calé sur le système nominal

  - Cet observateur doit alors détecter, au travers de l'erreur de reconstruction de la sortie, la perturbation du système δA

- Hypothéses sur l'erreur
  - Bornée c.à.d. légére imprécision du modèle sur les coefficients
- Problème à résoudre : générer des résidus
  - 1. peu sensibles à δA
  - 2. avec un maximum de sensibilité vis-à-vis des fautes

➲1. Influence des variations δA sur les résidus

- Et comment ne pas prendre en compte les imprécisions dans le résidu

- Erreurs d'estimation (des équations précédentes) :

$\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ ⟹ $\dfrac{d(\tilde{x}(t))}{dt} = (A - KC)\tilde{x}(t) + \delta A x(t)$, $\quad \tilde{x}(0) = x_0 - \hat{x}_0$

L'erreur de reconstruction est sensible aux imprécisions δA et à l'état x(t) (qui n'est pas éliminée ici)

- Domaine fréquentiel

$$\begin{cases} \tilde{x}(p) = (pI - A + KC)^{-1}(x_0 - \hat{x}_0) + (pI - A + KC)^{-1}\delta A x(p) \\ \tilde{y}(p) = C(pI - A + KC)^{-1}(x_0 - \hat{x}_0) + C(pI - A + KC)^{-1}\delta A x(p) \end{cases}$$

➲Influence de l'entrée *u* sur le résidu

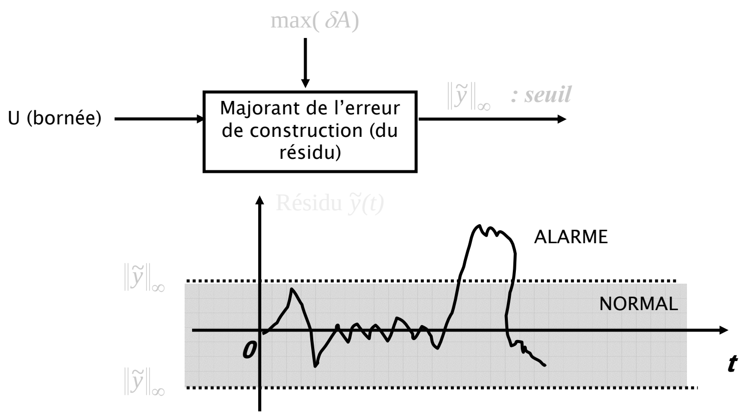
- Pour CI=0, et en remplaçant x(p) par son expression on aura :

$$\tilde{y}(p) = C(pI - A + KC)^{-1}\delta A[pI - A + KC]^{-1} B.\boldsymbol{u(p)}$$

- Ainsi le résidu dépend de *u* et de *δA*
  - On exploite cette propriété pour distinguer sur le résidu les influences des défauts et des incertitudes
- Comment ? :
  - Comme *δA* est inconnu, on exprime l'erreur de construction en fonction de ce qu'on lui applique u pour max (*δA*)
  - On va alors chercher une majoration de l'erreur de construction si u est bornée :

$$\|\tilde{y}\|_\infty \le \max_{\delta A} \left\| C(j\omega I - A + KC)^{-1}\delta A(j\omega I - A + KC)^{-1} B \right\| \|u(t)\|_\infty$$

➲Schéma de décision



1. **Si la valeur du résidu est en deça du seuil : alors diagnostic réservé car l'erreur est peut être due aux incertitudes**
2. **Au-delà de ce seuil l'amplitude du résidu témoigne de la présence d'une faute distincts des erreurs du modèle**

Observateurs à entrées inconnues

➲Problématique

- Modèles où la sortie des actionneurs n'est pas mesurées
- L'évaluation des RRAs nécessite la connaissance des mesures et des entrées
- Alors : on utilise observateurs à entrées inconnues (UIO : Unknown Input Observers)

➲Principe

- Soit un système avec des entrées connues u(t) et inconnues $\bar{u}(t)$

➲Soit le système à entrée inconnue

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F\overline{u}(t) \\ y = Cx(t) \end{cases}$$

u: **Connu**

$\overline{u}$: **inconnu**

soit une variable intermédiare : $z(t) = T\tilde{x}(t)$

- Considérons alors l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Nx(t) + Gu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) - Ey(t) \end{cases}$$

- L'erreur de reconstruction sera alors :

$$\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t) = x(t) - z(t) + Ey(t) = x(t) - z(t) + ECx(t) \Rightarrow \tilde{x}(t) = (I + EC)x(t) - z(t)$$

- Et sa dérivée

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (I + EC)\left(Ax(t) + Bu(t) + F\overline{u}(t)\right) - Nz(t) + Gu(t) + Ky(t)$$

$\Rightarrow$ ***P = I+EC*** $\Rightarrow$ $\dot{\tilde{x}}(t) = N\tilde{x}(t) + (PA - NP - KC)x(t) + (PB - G)u(t) + PF\overline{u}(t)$

L'erreur de reconstruction de l'état du UIO

$$\dot{\tilde{x}}(t) = N\tilde{x}(t) + (PA - NP - KC)x(t) + (PB - G)u(t) + PF\overline{u}(t)$$

But est d'avoir $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = N\tilde{x}(t) \\ \tilde{y} = C\tilde{x}(t) \end{cases}$$

- Cette reconstruction tend alors asymptotiquement vers zéro ssi:

$$\begin{cases} P = I + EC \\ KC = PA - NP \\ G = PB \\ PF = 0 \\ N \textbf{ stable} \end{cases} \quad F + ECF = 0 \Rightarrow E = -F(CF)^{-1} \rightarrow \begin{cases} P = I + F(CF)^{-1}C \\ G = PB \\ N = PA - KC \\ L = K - NE \\ N \textbf{ stable} \end{cases} \Rightarrow$$

- Procédure de calcul du UIO
  - Calcul de l'inverse généralisée de CF
  - Déduire P, puis G
  - On fixe les pôles de N, on déduit K puis N
  - On calcule L

$\Rightarrow$ L'entrée inconnu n'intervient pas dans l'expression du résidu

Estimation de l'entrée inconnue

➲ L'équation du système initial :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + F\bar{u}(t) \\ y = Cx(t) \end{cases}$$

u: **Connu**

$\bar{u}$: **inconnu**

➲ Si $(CF)^{-1}$ existe, on aura

$$\bar{u}(t) = (CF)^{-1}\left(\frac{dy(t)}{dt} - CAx(t) - CBu(t)\right)$$

Different UIO schemes

SOS : Simplified Observer Scheme

Only one UIO

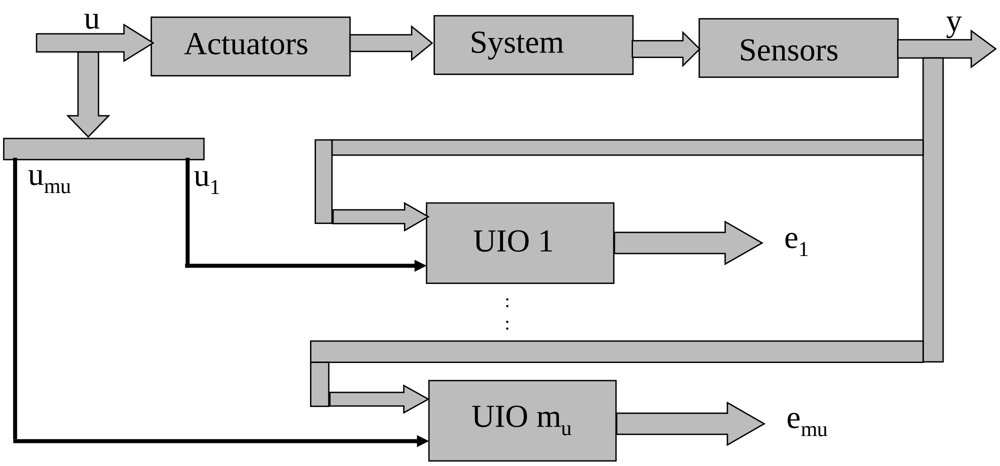
Allows to detect faults. No isolation possibilities

DOS : Dedicated Observer Scheme

Bank of UIO

Each observer is sensitive to one fault (diagonal structure)

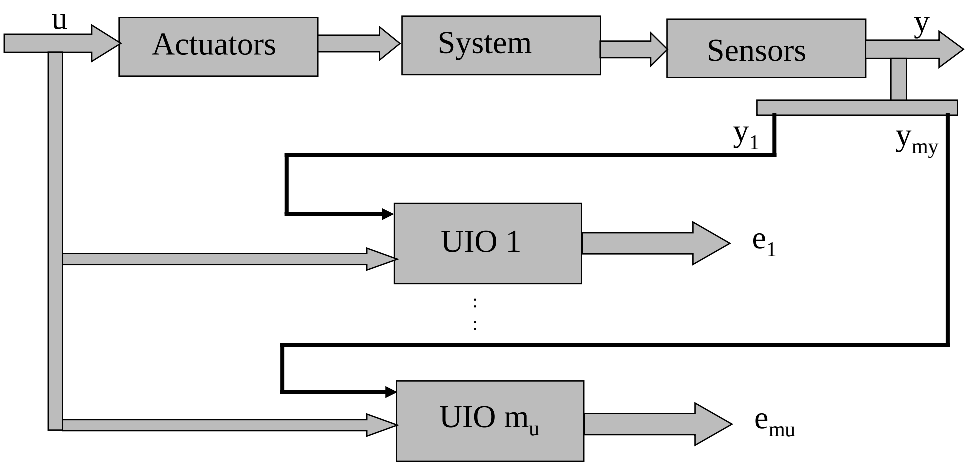
D.O.S w.r.t. actuators



Diagonal structure w.r.t. actuator faults

39

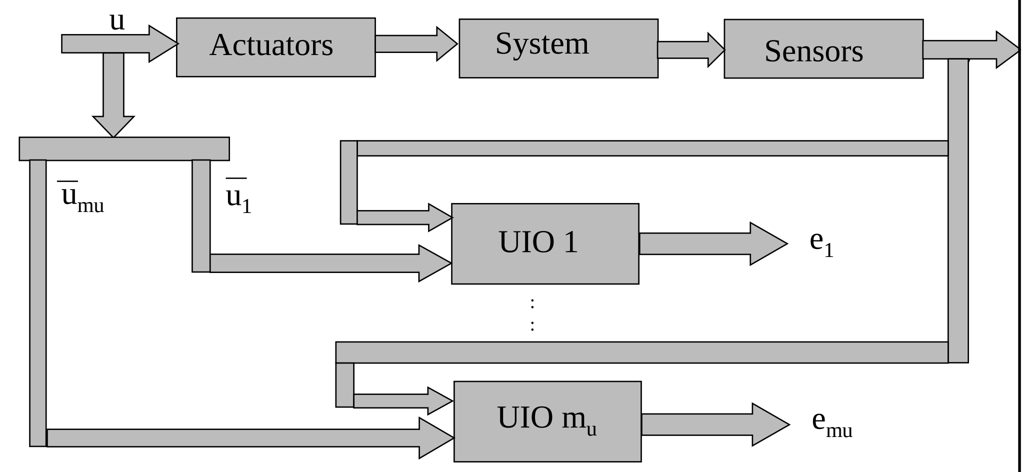
D.O.S w.r.t. sensors



Diagonal structure w.r.t. sensors faults

40

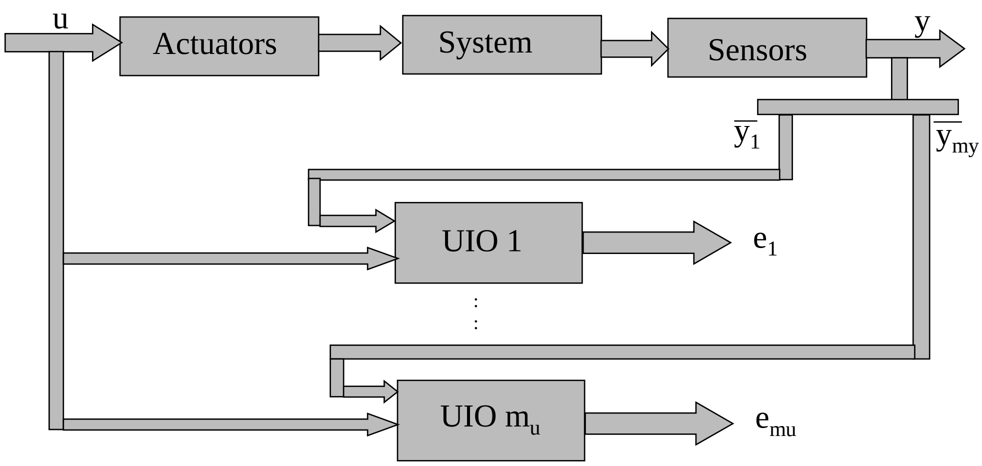
G.O.S w.r.t. actuators



Each residual is affected by all faults except for one actuator fault

41

G.O.S w.r.t. sensors

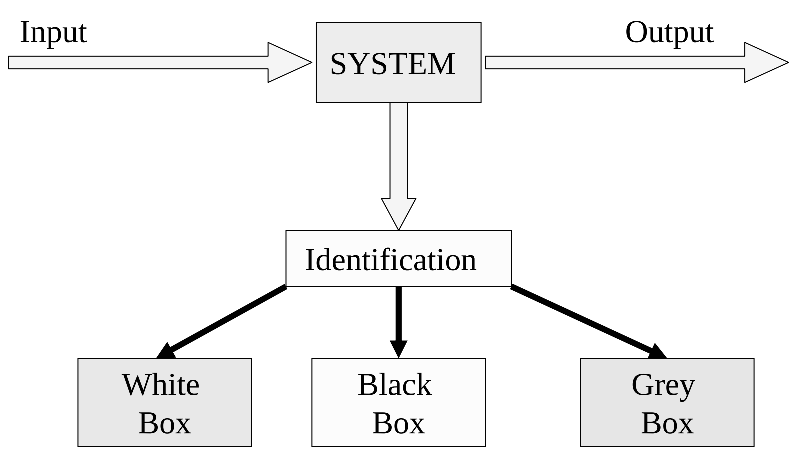


Each residual is affected by all faults except for one sensor fault

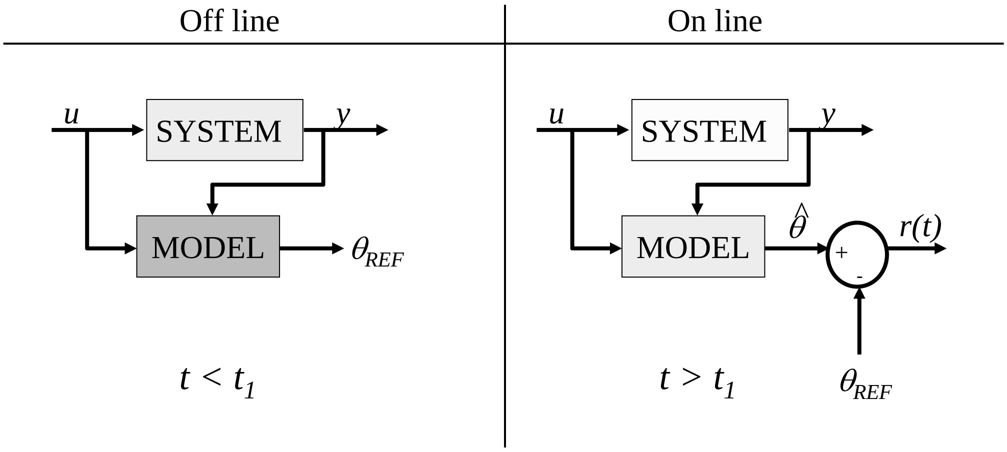
42

Identification based approach

Identification based approach



Identification-based Residual



Extension to nonlinear systems

All approaches can be extended

Much more complex (mathematical tools)

No general theory : depends on the kind of non-linearities, the structure of the model, ...

Non linear parity space approach

Parity space approach → Elimination problem

General principle

1) Write the output equation on a given time window

$$\begin{cases} y - g_0(\xi, u, \theta) = 0 \\ \vdots \\ y^{(p)} - g_p(\xi, u^{(p)}, \theta) = 0 \end{cases}$$

2) Eliminate ξ in this system using formal elimination software

- Elimination theory
- Grobner Bases
- Characteristic sets

Non linear observer-based approach

Observer based approach ⟶ No general theory

<u>2 kinds of approaches</u> :

1) Initial transformation of the system model

$\Rightarrow$ *exact linearization via output injection*

$\Rightarrow$ *decomposition of the system into subsystems with robustness properties*

2) Direct implementation of a nonlinear observer

CHAP 5:

BOND GRAPH

FOR FDI DESIGN

PLAN

- **INTRODUCTION**
- **RESIDUAL GENERATION USING BOND GRAPH**
- **RESIDUAL AND MODEL BUILDER USING SYMBOLS SOFTWARE**
- **ONLINE INDUSTRIAL APPLICATION**
- **CONCLUSIONS AND DISCUSSION**

PART 1

➲ INTRODUCTION

➲ RESIDUAL GENERATION USING BOND GRAPH

➲ RESIDUAL AND MODEL BUILDER USING SYMBOLS SOFTWARE

➲ ONLINE INDUSTRIAL APPLICATION

➲ CONCLUSIONS AND DISCUSSION

Issues

➲ MODELLING
- Modelling step is most important in FDI design
- obtaining the model is a difficult task
- The constraints are not deduced in a systematic way
- It is not trivial in the real systems to write the model under a "beautiful" form $x=f(x,u,\theta)$.

➲ RESIDUAL GENERATION
- Eliminate the unknowns : analytic redundancy approach
  - Existing methodology : parity space for linear, elimination theory (constraints under polynomial forms)
- Variables to be considered : all quantities constrained by the system components (process, actuators, sensors, algorithms

➲ How to generate directly from the process ARRs and models : Bond graph tool well suited because of its causal and structural properties.

Bond graph and diagnostic

BOND GRAPH FOR MODELLING (1961)

Control (1990)

Diagnostic

Qualitative Approach (1993)

Quantitative approach (1995)

Monoenergy Bond Graph

Multienergy bond graph

- ✓**Open loop**
- ✓ **Linear model**
- ✓ **Sensor and actuator faults**

- ✓**Closed loop**
- ✓**Sensor, process and actuator faults**
- ✓**Implementation**

PART 2

- ➲ INTRODUCTION
- ➲ RESIDUAL GENERATION USING BOND GRAPH
- ➲ RESIDUAL AND MODEL BUILDER USING SYMBOLS SOFTWARE
- ➲ ONLINE INDUSTRIAL APPLICATION
- ➲ CONCLUSIONS AND DISCUSSION

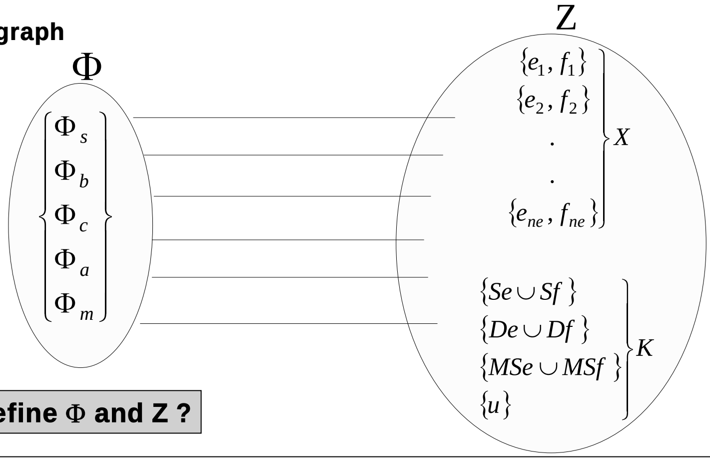
2.1. Bi-partite graph representation and bond graph interpretation

State equations $\dot{x} = F(x(t), u(t), \Theta)$ $\quad Z = \{x\} \cup \{u\} \cup \{y\}$

$y = c(x)$

Structural description $S = S(\Phi, Z, \Theta)$

Bi-partite graph



How to define Φ and Z ?

A) Constraints (1/2)

⌧ **Structural equations Φ_S : Informations about the structure**

$\Phi_s = \left[\{\Phi_{j0}\} \cup \{\Phi_{j1}\} \cup \{\Phi_{TF}\} \cup \{\Phi_{GY}\}\right], \quad \Phi_S \in R^{nj}$ ⇨ nj is the number of junctions

⌧ **Behavioral equations Φ_b : Informations about the behavior**

$\Phi_b = \{\Phi_R\} \cup \{\Phi_C\} \cup \{\Phi_I\} \cup \{\Phi_{RS}\}$

$\Phi_b \in \Re^{Ne*Ncm+Ncs}$ ⇨

Ncs: is the number of simple components

Ncm : Nbre of multiport components

Ne : nbre of energies, (Ne=2),

⌧ **Measurement equations Φ_m**

$\Phi_m = \left[\{\Phi_{De}\} \cup \{\Phi_{Df}\}\right], \quad \Phi_m \in R^{ns}$ ⇨ ns is the number of sensors

A) ConstraintS (2/2)

☒ **Control algorithm equations Φ_c**

$$\Phi_c = [\{\Phi_{c1}\} \cup \{\Phi_{c2}\} \cup ... \{\Phi_{nc}\}], \quad \Phi_c \in R^{nc} \Rightarrow$$

nc is the number of controllers

☒ **Controllled sources equations Φ_a**

$$\Phi_a = [\{\Phi_{MSf_1}\} \cup \{\Phi_{MSf_2}\} \cup ... \{\Phi_{MSf_j}\} \cup ... \{\Phi_{MSe_{na}}\}], \quad \Phi_a \in R^{na} \Rightarrow$$

na is the number of controlled sources

$$\Phi \in R^{nj+ne+ns+nc+n_a}$$

B) Variables

☒ **USED VARIABLES:** **Z=X∪K**

• **Unknown variables *X***

$$X(t) = [\{e_1(t), f_1(t)\} \cup \{e_2(t), f_2(t)\} ... \cup \{e_{ne}(t), f_{ne}(t)\}] \Rightarrow$$

ne is the nbre of elements

$$X(t) \in \Re^{2*Ne*Ncm+2*Ncs}$$

• **Known variables *K***

$$K = [\{MSe\} \cup \{MSf\} \cup \{Sf\} \cup \{Se\} \cup \{De\} \cup \{Df\} \cup \{u\}], \quad K \in R^{na+nc+ns}$$

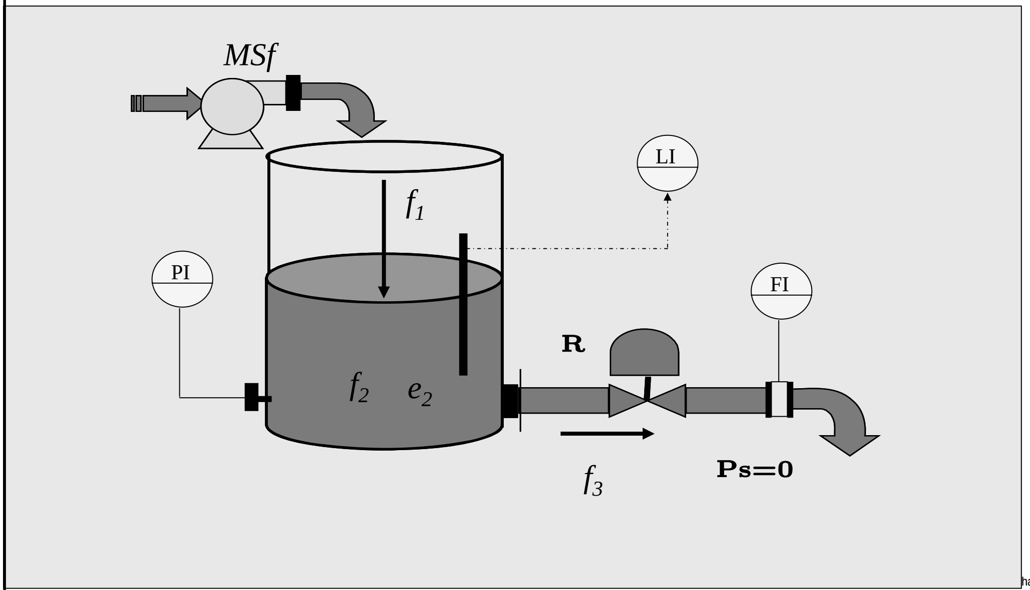
na is the number of actuators

nc is the number of controllers

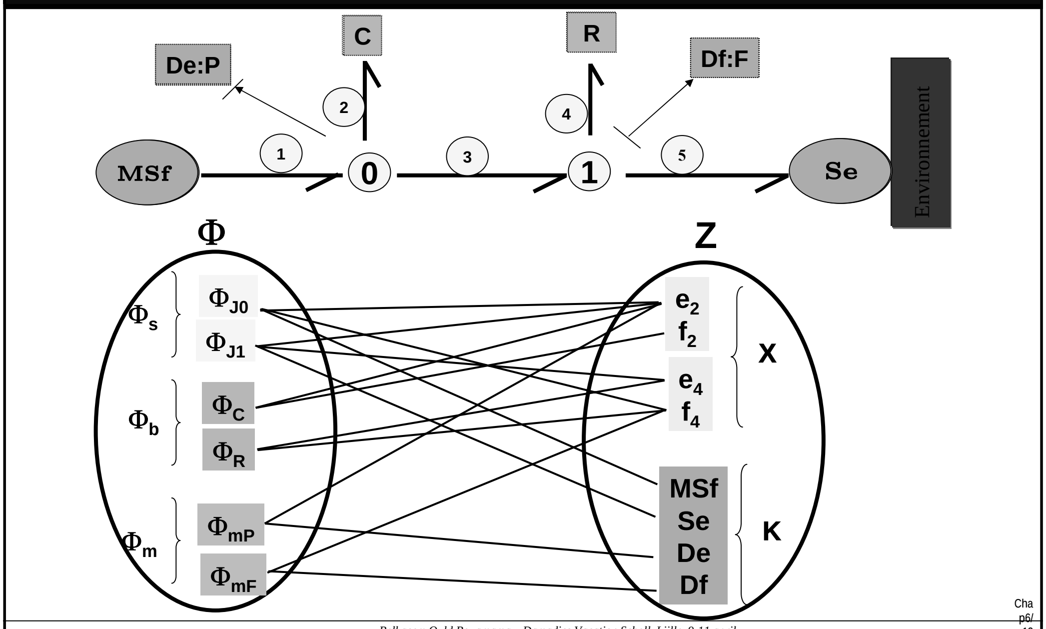
ns is the number of sensors

$$Z \in R^{na+nc+ns+2.ne}$$

2.2. Hydraulic academic example



[redacted]



2.2.2. ARRs generation matching and incidence matrix

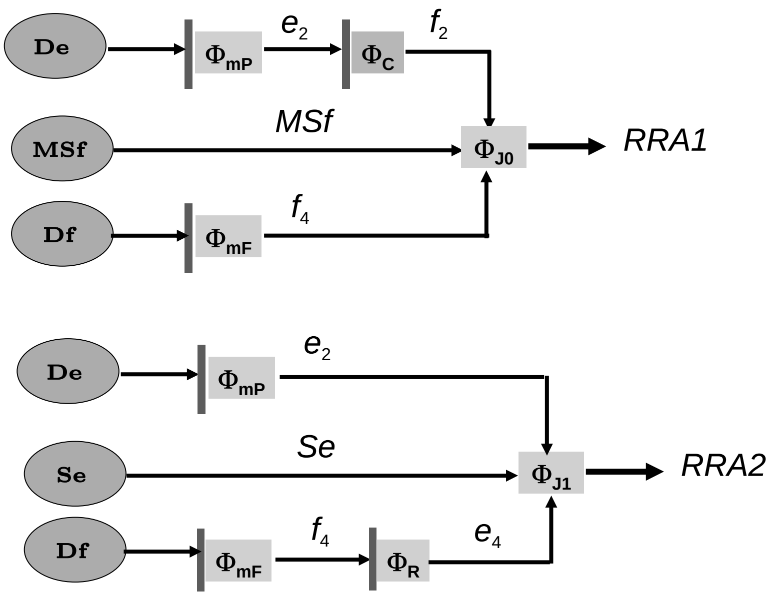
$Z = X \cup K$

	f_2	e_2	f_4	e_4	*MSf*	*Se*	*De*	*Df*	
	X				**K**				
Φ_{J0}	1	0	1	0	1	0	0	0	**RRA1**
Φ_{J1}	0	1	0	1	0	1	0	0	**RRA2**
Φ_C	1	1	0	0	0	0	0	0	
Φ_R	0	0	1	1	0	0	0	0	
Φ_{mP}	0	1	0	0	0	0	1	0	
Φ_{mF}	0	0	1	0	0	0	0	1	

Φ

Causal matching w.r.t all unknown variables but not w.r.t all the constraints

2.2.3. Oriented graph associated with a matching

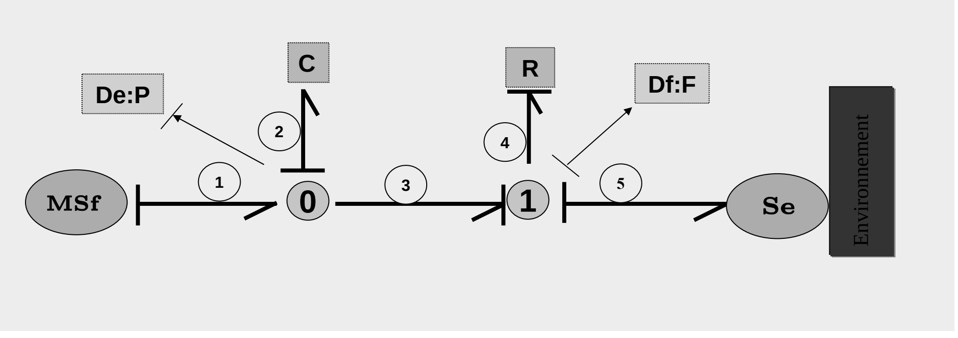


2.2.4. ARRS generation : Bi-partite graph and BG approach

Bi-partite graph	Bond graph
1) Unknown variables elimination order **in the oriented graph**	**1) Covering causal path in the BG which is a particular matching according to the affected causality**
2) Initial step for ARR generation : difficult to fix	**2) From Energy conservation law from "0" or "1" junction**
	The goal is to study all the causal paths relating the considered junction to the sources and the sensors

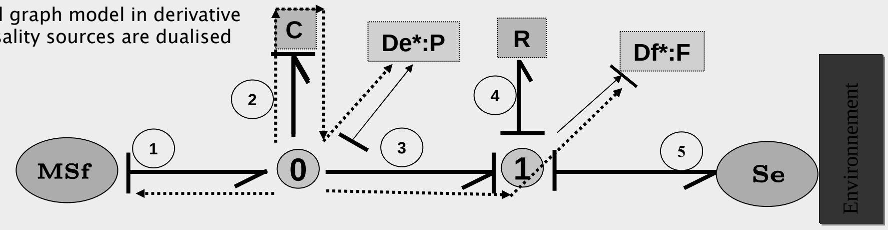
2.2.5. ARRS generation using BG approach (1/2)

A) Bond graph model in integral causality



2.2.5. ARRS generation using BG approach (2/2)

Bond graph model in derivative causality sources are dualised



$\Phi_{J0}: f_1 - f_3 - f_2 = De^* = 0 \Rightarrow X = \{f_1, f_3, f_2\}$?

f_1? ➡ **1- MSf** ➡ $f_1 = MSf$

f_2? ➡ **2-C-2-De** ➡ $f_2 = \Phi_c(d(De)/dt)$

f_3? ➡ **3-Df** ➡ $f_3 = Df$

$\mathbf{ARR1}: MSf - Df - \Phi_c(d(De)/dt)$

$\Phi_{J1}: e_3 - e_4 - e_5 = Df^* = 0 \Rightarrow X = \{e_3, e_4, e_5\}$?

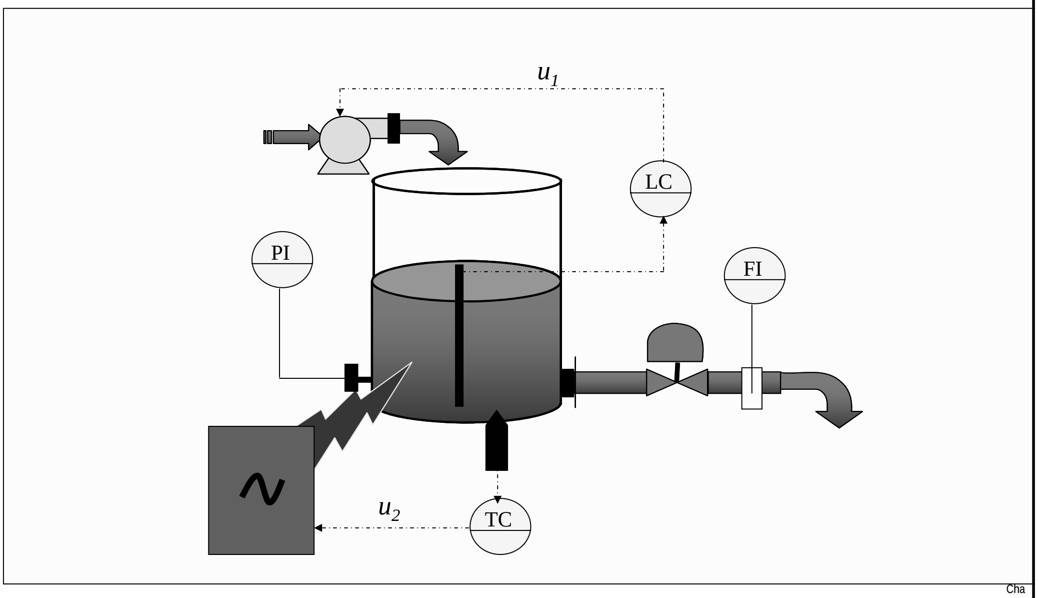
e_3? ➡ **3- De** ➡ $e_3 = De$

e_5? ➡ **5-Se** ➡ $e_5 = Se$

e_4? ➡ **4-R-4-Df** ➡ $e_4 = \Phi_R(Df)$

$\mathbf{ARR2}: De - Se - \Phi_R(Df)$

2.3. Thermofluid process

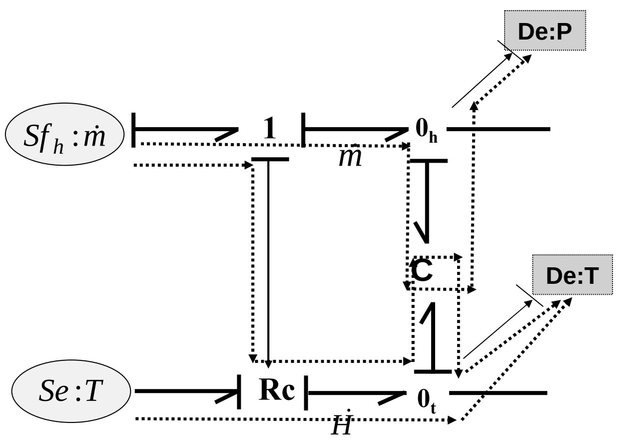


2.3.1. Generalized causal path

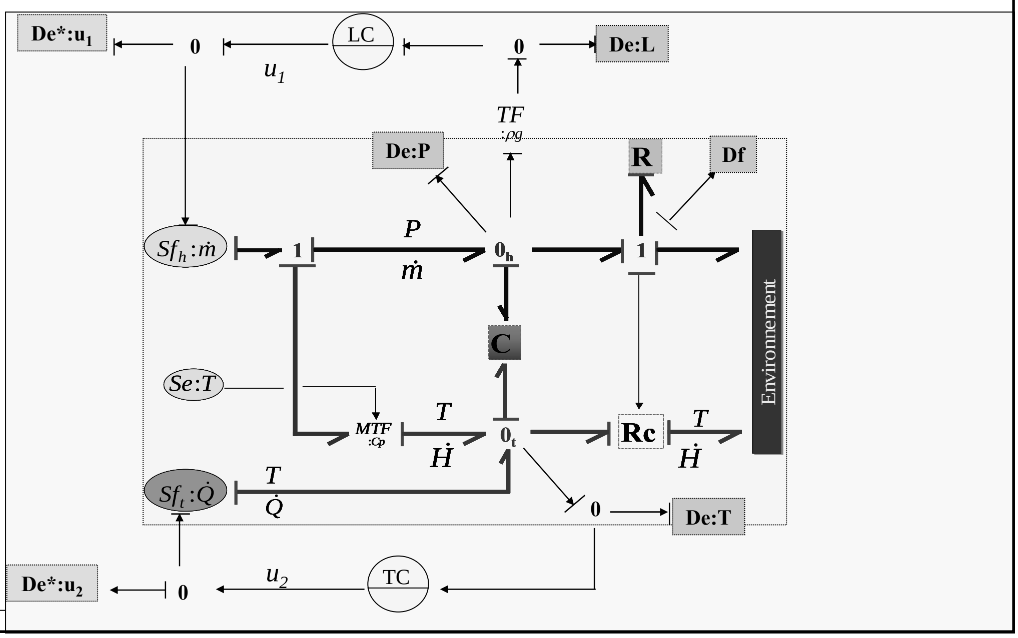
It is a causal path that can follow power links or informational links, or both.

$Sf_h \Rightarrow De:T$

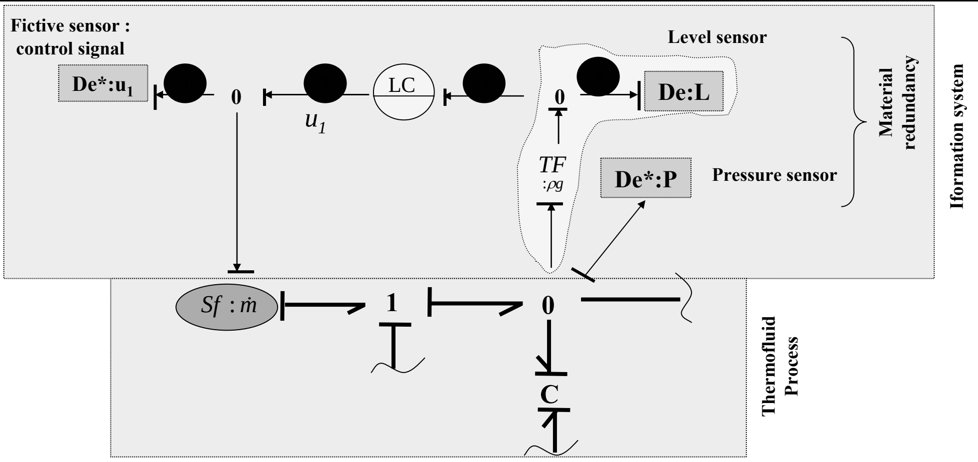
$Sf_h \Rightarrow De:P$



2.3.2. Bond graph model



2.3.3. Monitoring of controlled system and material redundancy

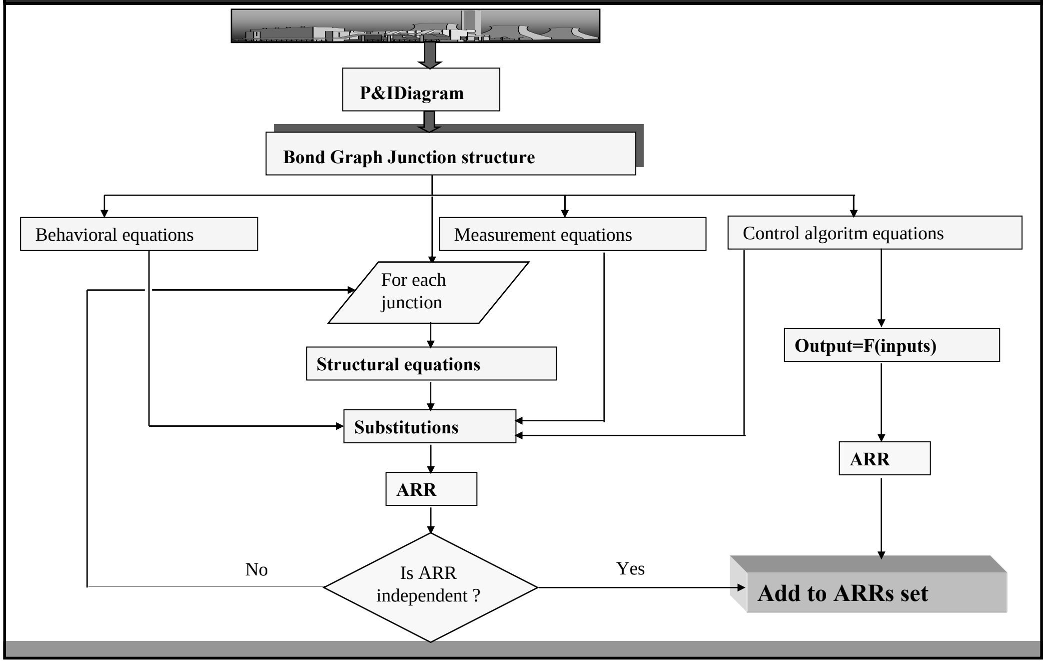


RRA3$: De : L - \rho g De : P$

RRA4$: u_1 - F(LC)$

SOFTWARE IMPLEMENTATION

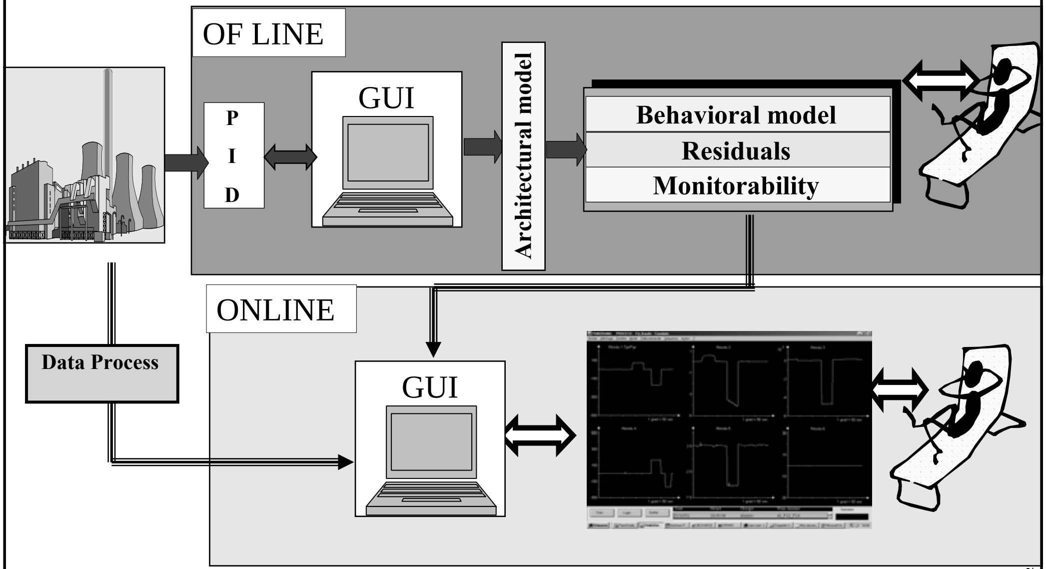
2.4. RRAs generation algorithm



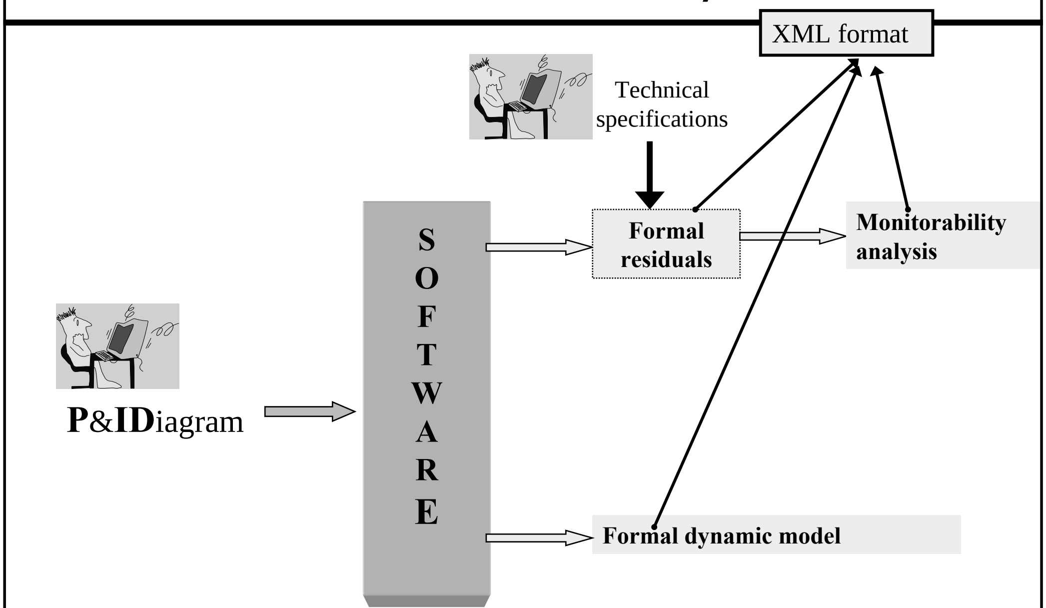
PART 3

- INTRODUCTION
- RESIDUAL GENERATION USING BOND GRAPH
- **RESIDUAL AND MODEL BUILDER USING SYMBOLS SOFTWARE**
- ONLINE INDUSTRIAL APPLICATION
- CONCLUSIONS AND DISCUSSION

3.1. How it works ?

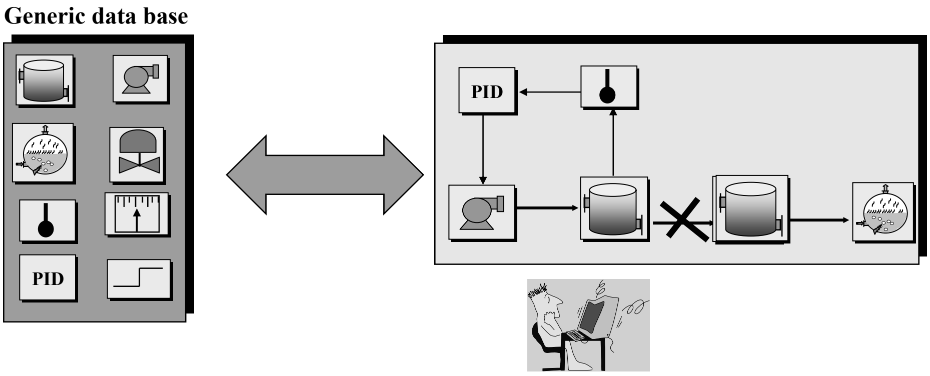


3.2. Main activity

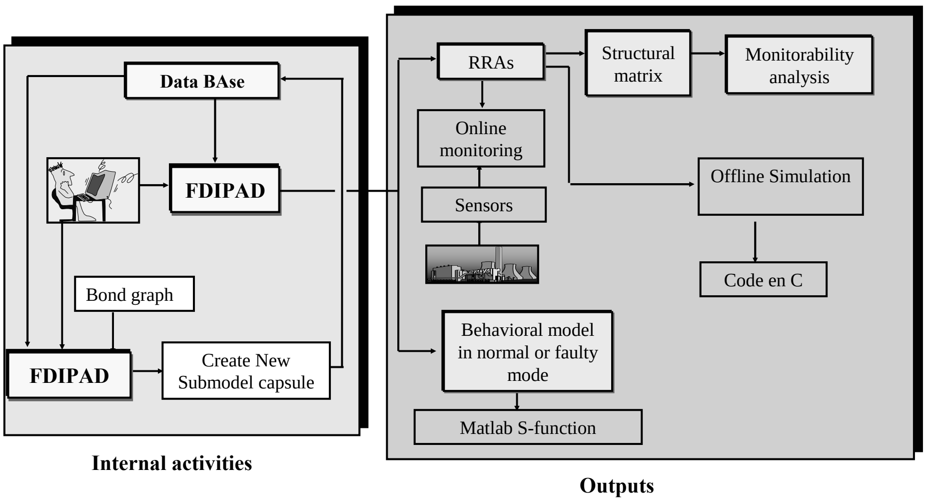


3.3. HOW TO BUILD ARCHITECTURAL MODEL ?

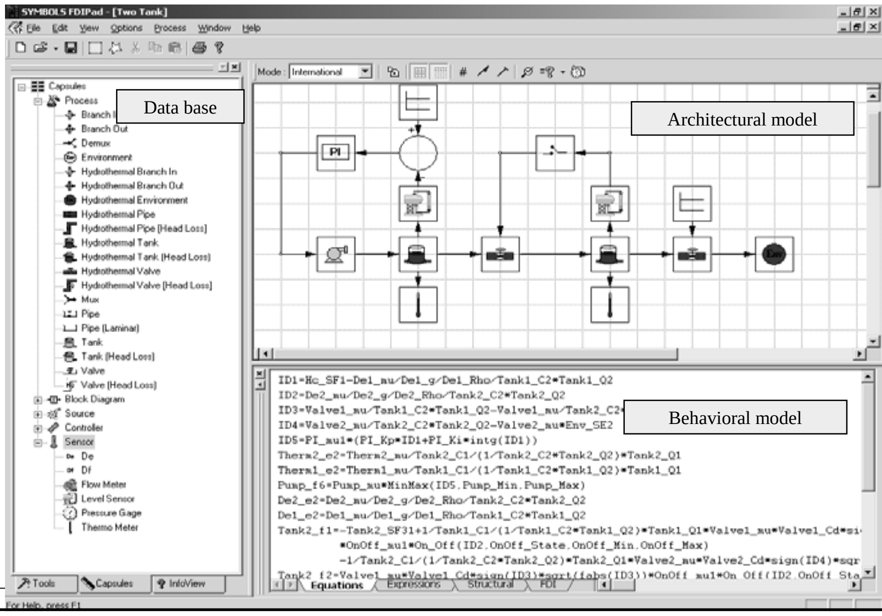
Select process plant item | **Interconnect process plant item** | **Check architectural consistency**



3.6. Toolbox architecture

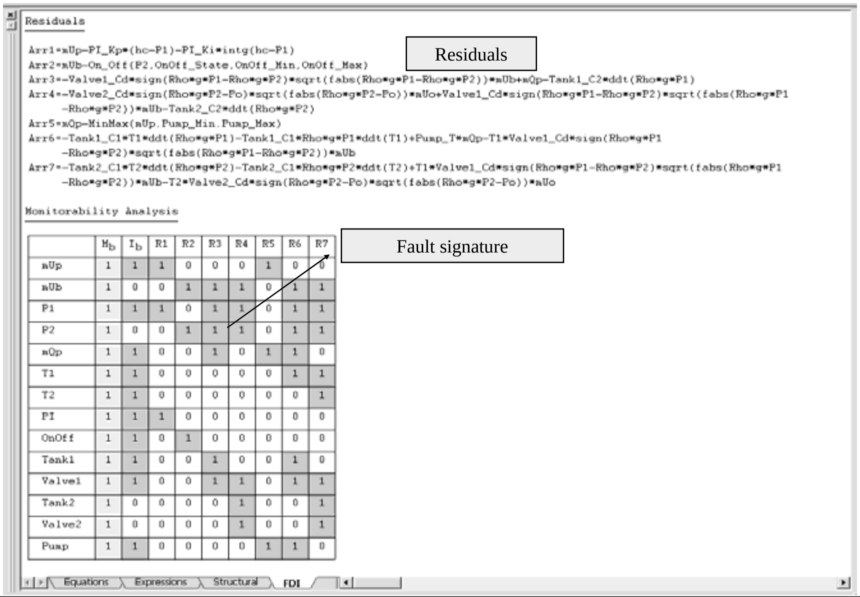


3.7. Graphical User Interface (1/2)



Cha p6/ 29

3.7. Graphical User Interface (2/2)



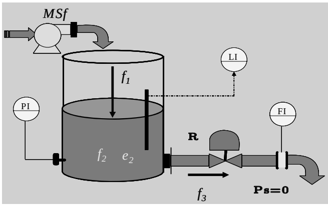
Residuals

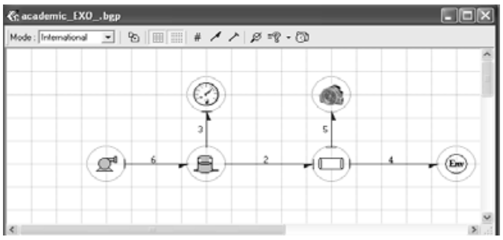
```
Arr1=mUp-PI_Kp*(hc-P1)-PI_Ki*intg(hc-P1)
Arr2=mUb-On_Off(P2,OnOff_State,OnOff_Min,OnOff_Max)
Arr3=-Valve1_Cd*sign(Rho*g*P1-Rho*g*P2)*sqrt(fabs(Rho*g*P1-Rho*g*P2))*mUb+mQp-Tank1_C2*ddt(Rho*g*P1)
Arr4=-Valve2_Cd*sign(Rho*g*P2-Po)*sqrt(fabs(Rho*g*P2-Po))*mUo+Valve1_Cd*sign(Rho*g*P1-Rho*g*P2)*sqrt(fabs(Rho*g*P1
     -Rho*g*P2))*mUb-Tank2_C2*ddt(Rho*g*P2)
Arr5=mQp-MinMax(mUp,Pump_Min,Pump_Max)
Arr6=-Tank1_C1*T1*ddt(Rho*g*P1)-Tank1_C1*Rho*g*P1*ddt(T1)+Pump_T*mQp-T1*Valve1_Cd*sign(Rho*g*P1
     -Rho*g*P2)*sqrt(fabs(Rho*g*P1-Rho*g*P2))*mUb
Arr7=-Tank2_C1*T2*ddt(Rho*g*P2)-Tank2_C1*Rho*g*P2*ddt(T2)+T1*Valve1_Cd*sign(Rho*g*P1-Rho*g*P2)*sqrt(fabs(Rho*g*P1
     -Rho*g*P2))*mUb-T2*Valve2_Cd*sign(Rho*g*P2-Po)*sqrt(fabs(Rho*g*P2-Po))*mUo
```

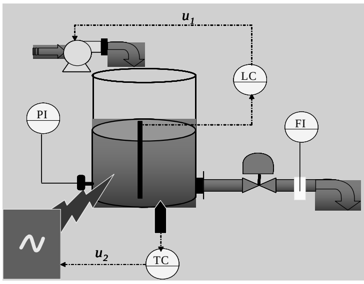
Monitorability Analysis

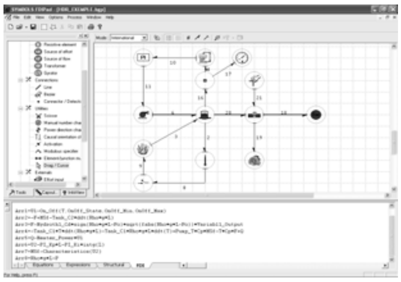
	M_b	I_b	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7
mUp	1	1	1	0	0	0	1	0	0
mUb	1	0	0	1	1	1	0	1	1
P1	1	1	1	0	1	1	0	1	1
P2	1	0	0	1	1	1	0	1	1
mQp	1	1	0	0	1	0	1	1	0
T1	1	1	0	0	0	0	0	1	1
T2	1	1	0	0	0	0	0	0	1
PI	1	1	1	0	0	0	0	0	0
OnOff	1	1	0	1	0	0	0	0	0
Tank1	1	1	0	0	1	0	0	1	0
Valve1	1	1	0	0	1	1	0	1	1
Tank2	1	0	0	0	0	1	0	0	1
Valve2	1	0	0	0	0	1	0	0	1
Pump	1	1	0	0	0	0	1	1	0

3.8. Demonstration using academic examples









PART 4

- INTRODUCTION
- RESIDUAL GENERATION USING BOND GRAPH
- RESIDUAL AND MODEL BUILDER USING SYMBOLS SOFTWARE
- ONLINE INDUSTRIAL APPLICATION
- CONCLUSIONS AND DISCUSSION

CONCEPTION D'UN SYSTEME DE SUPERVISION : CAS DE CHEM

CHEM

Advanced Decision Support System (DSS) for Chemical/Petrochemical manufacturing processes

Project N° G1RD-CT-2001-00466

Groupement Européen de Recherches Technologiques sur les Hydrocarbures

GERTH

CADRE PROJET CHEM

- *DEVELOPPER et IMPLEMENTER UN SYSTEME SOUS FORME MODULAIRE :*
- Basé sur les outils de
  - Statistique, théorie des systèmes, IA pour FDI,..
  - Pour :
    - Améliorer la sécurité,
    - Qualité des produits,
    - Fiabilité des opérations,
    - et Réduction des pertes économiques dues au fautes
  - Appliqué aux
    - Systèmes chimiques, pétrochimiques, Raffinage
  - Où: process pilotes

- Finalité
- Un système de supervision (DSS)
  - Intégrant différents outils
  - Appliqué et testé sur le sites pilotes
  - Et directement applicables par les partenaires

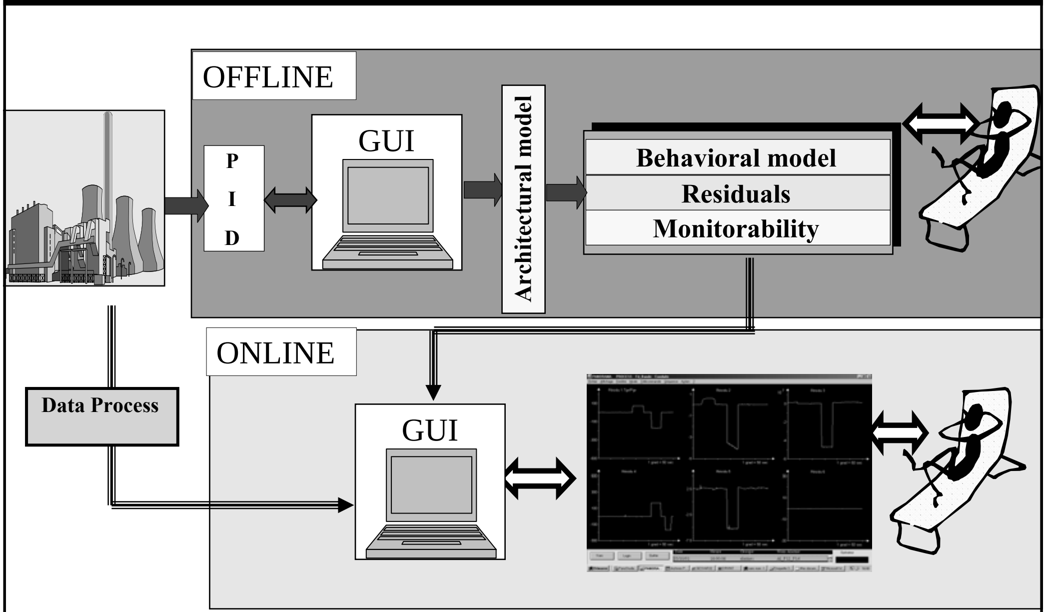
Les 12 WPs

- ➲ WP1 : General concept and integration methodology
- ➲ WP2 : Data pre-processing and reconciliation
- ➲ WP3 : Process trend analysis, quality and situation assesment (7 Tbs)
- ➲ WP4: Control system peformance assesment
- ➲ **WP5 : Fault diagosis and alarm management (5TBs)**
- ➲ WP6: Process optimisation
- ➲ WP7 : Decision support structures (Reconfiguration,…) 5 TBs
- ➲ WP8: Control system adjustment
- ➲ WP9 : Reactive scheduling and planning (5 TBs)
- ➲ WP10 : Toolboxes integration
- ➲ WP11 : Test and industrial validation
- ➲ WP12 : Project management

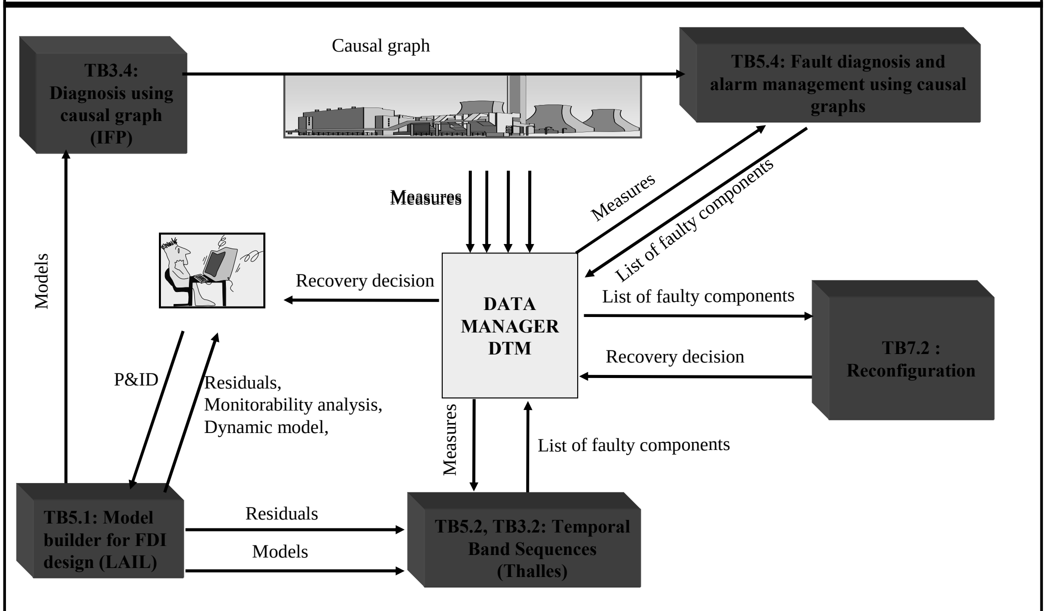
Cahier des charges

- ➲ Concevoir un outil logiciel pour générer sous forme symbolique
  - Les modèles dynamiques
  - Les RRAs
  - La surveillabilité
- ➲ Pour :
  - N'importe quel processus thermofluides
- ➲ Intégrable dans un système de supervision
  - Modèles et RRAs sous forme XML
- ➲ Convivial pour les opérateurs
  - Introduction d'icône métiers (approche fonctionnelle)

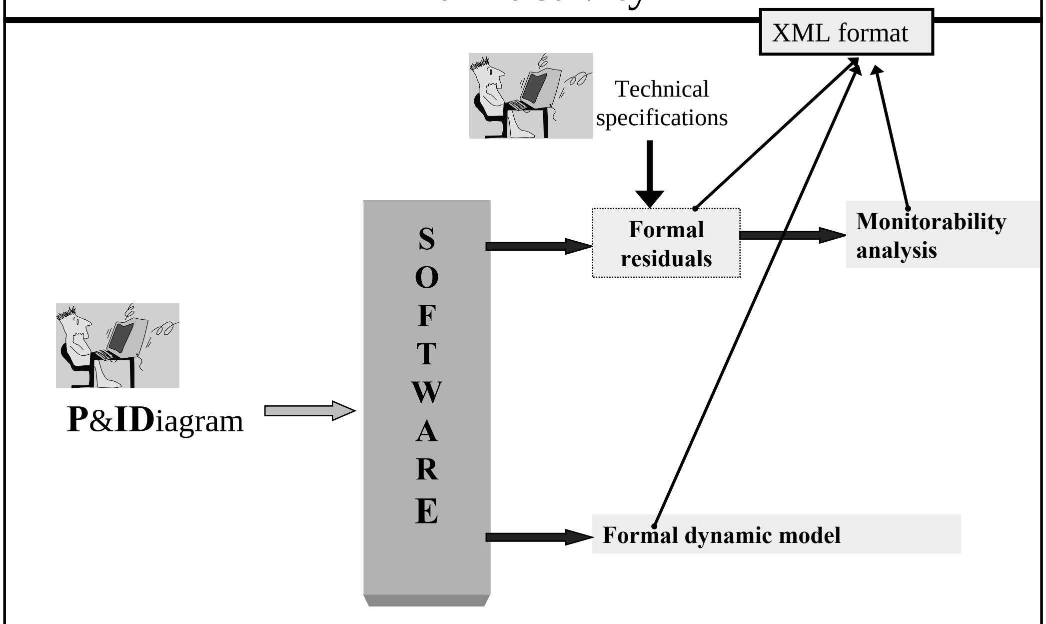
How it works ?



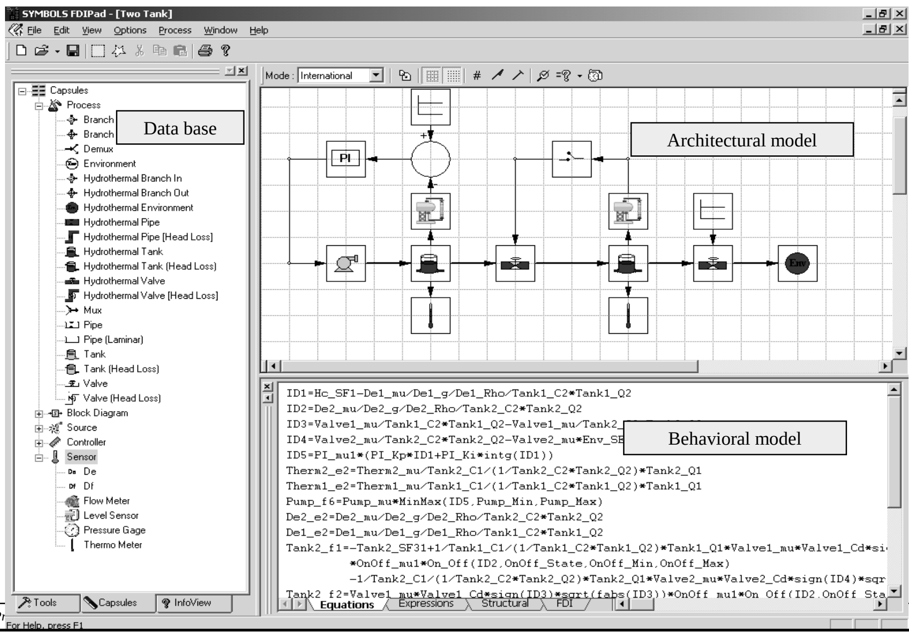
INTEGRATION EXAMPLE



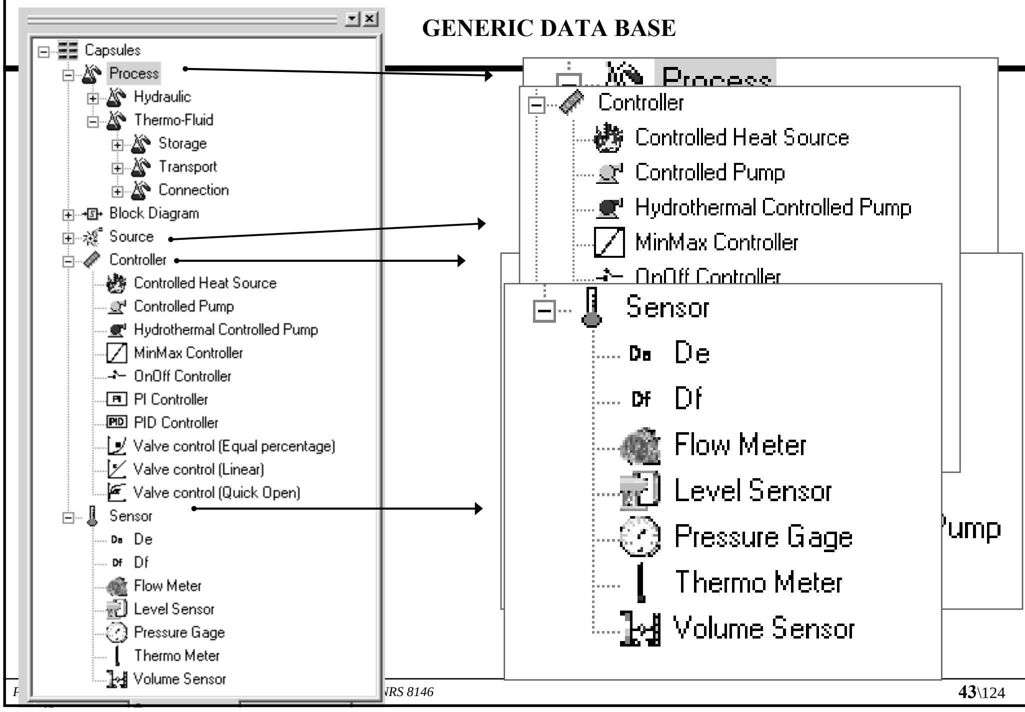
Main activity



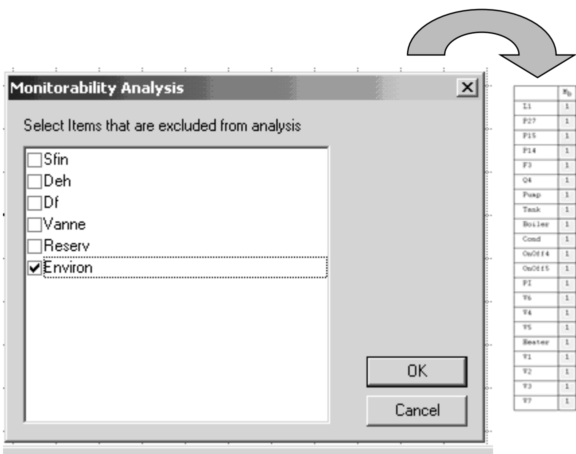
Graphical User Interface (1/2)



GENERIC DATA BASE



TECHNICAL SPECIFICATIONS AND MONITORABILITY ANALYSIS

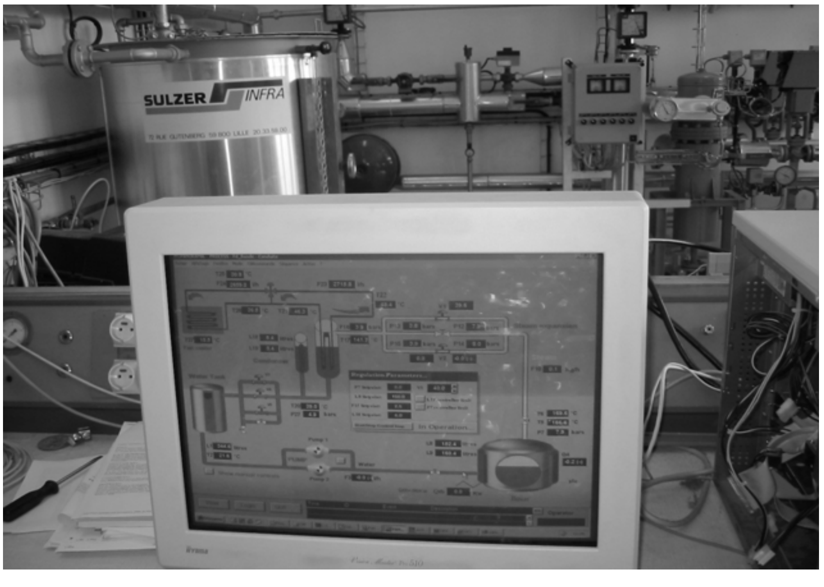


	M_b	I_b	R1	R2	R3	R4	R5	R6	R7	R8	R9	R10	R11	R12	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22	R23
L1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P27	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
P15	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
P14	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
F3	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Pump	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tank	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Boiler	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Cond	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
OnOff4	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
OnOff5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PI	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
V6	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V4	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V5	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Heater	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
V2	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V3	1	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V7	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

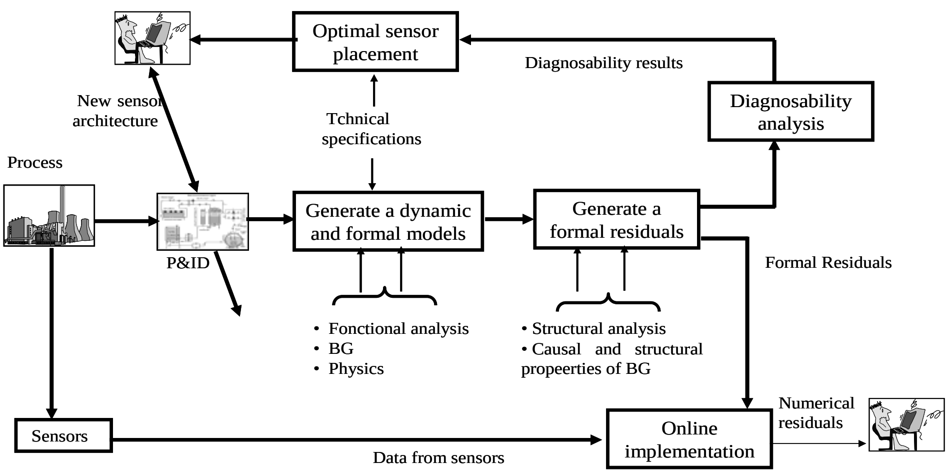
APPLICATION A UNE INSTALLATION DE GENERATEUR DE VAPEUR

Chap6/**45**

Application to a steam generator supervision



Taches du logiciel de supervision

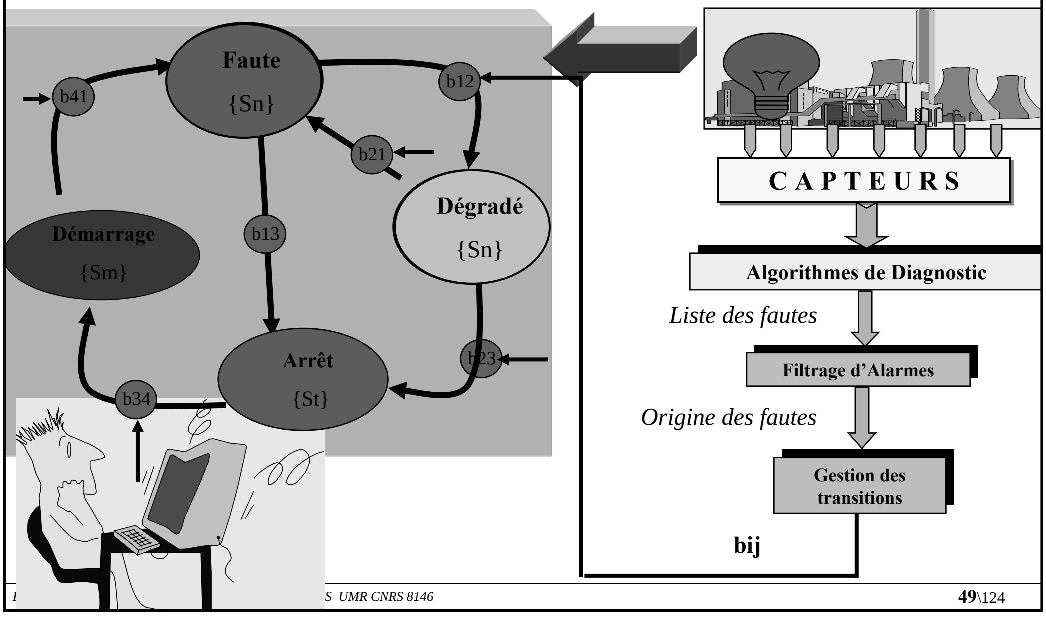


RECONFIGURATION

Notion de tolérance aux fautes

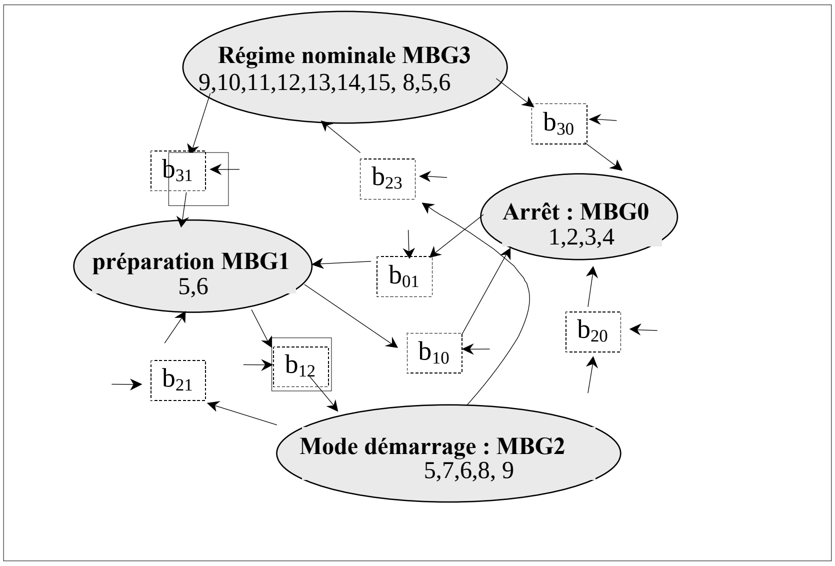
Chap6/**48**

Interface dans la gestion des modes opératoires



Exemple sur le générateur de vapeur

Nb	Missions
1	To blow of the boiler
2	To blow of the tank
3	to maintain equipment
4	To blow of the condenser
5	To store the water in the tank
6	Provide pressure difference between the receiver and the boiler
7	supply the boiler with thermal energy
8	To store the water in the boiler
9	To produce steam
10	To expanse the steam out of the boiler
11	To control the pressure in the boiler
12	To control the pressure in the condenser
13	To control the level in the condenser
14	To condense the steam
15	To control water level in the boiler



CONCLUSIONS

- Supervision
  - Niveau supérieur dans les Systèmes Automatisés de production
  - Indispensable pour la conduite de procédé en régime normal et défaillant
  - Importance dans les procédés de production : sûreté de fonctionnement et sécurité des équipements et des individus

- Difficultés dans le mise en œuvre de systèmes de supervision
  - Difficulté d'avoir des modèles robustes et précis
  - Incertitude dans les mesures et dans les mesures
  - Dilemme : fausses alarmes et non détection
  - Méthodes à base de modèles analytiques efficace en détection mais imprécises en décision
  - Méthodes à base de l'Intelligence artificielle (méthodes expertes, floues, neuronales, ..) précises en décision amis imparfaites en détection
- Avenir de la supervision
  - Outil d'aide à la décision pour l'opérateur dans la gestion des tâches de pilotage de procédés pour
    - Protection de l'environnement
    - Sécurité des installation et des individus
    - Augmenter l'efficacité et le rendement des procédés
    - ….

CONCLUSIONS

- In supervision tasks, human operators do not consider the running process in terms of its mathematical behavior, but of its P&Ids or functions
- The interest of the presented approach :
  - consists in the use of only one representation (bond graph modelling) for ARRs and dynamics models generation in symbolic format.
  - the industrial designer can easily (because of integration of the functional tool as interface with the human operator) build the thermofluid dynamic model and ARRs
  - Propose to the user a sensor placement to satisfy a given technical specification
  - To add a new component in the data base in a generic way

Bibliography

- Ould Bouamama B., et M. Staroswiecki (2001). T.1. Automatique et statistiques pour le diagnostic. sous la direction de Bernard Dubuisson, chap. 6 : Surveillance d'un générateur de vapeur. Chap 2 : Redondance Analytique , Chap. 3 : Générateur d'indicateurs de fautes à l'aide d'observateurs, collection IC2 Productique, Informatique Commande et Communication, Edition Hermes, 204 pages, Paris 2001. (existe en deux tomes)
- *M. blanke and al. « Diagnosis and Fault Tolerant Control » Springer Verlag 2003*
- J. Ragot, D. Macquin, « Diagnostic des systèmes linéaires », Hermes Collection Pédagogique d'automatique, Paris 2000
- A.K.Samantaray, K. Medjaher, B. Ould Bouamama, M. Staroswiecki, G. et Dauphin-Tanguy (2004). *Component Based Modelling of Thermofluid Systems for Sensor Placement and Fault Detection*. SIMULATION : Transactions of SCS, Vol. 80, Issue 7-8, pp. 381-398, 0ctober, 6, 2004.
- B. Ould Bouamama, K. Medjaher, A.K. Samantary et M. Staroswiecki *Supervision of an industrial steam generator.* Part I: Bond graph modelling, Control Engineering Practice, CEP, Vol 14/1 pp.71-83