

## SOLUTION DE L'EXAMEN

### Questions de cours: 8 pts

Q1. Quel est l'utiliter de travailler avec les composantes symétriques en citant leur conditions d'emploi ?

Les composantes symétriques permettent surtout d'étudier le fonctionnement d'un réseau polyphasé de constitution symétrique lorsque l'on branche en un de ses points un récepteur déséquilibré.

Soit parce qu'il s'agit effectivement d'une charge non équilibrée soit plus fréquemment lorsque se produit un court-circuit.

#### **Condition d'emploi des composantes symétriques:**

L'utilisation des composantes symétriques à un système récepteur/générateur exige que l'on puisse pratiquer le principe de superposition, c'est à dire que les relations doivent être linéaires (R=cte, L=Cte ) ce qui signifie absence de saturation et de distorsion.

Pour étudier dans ces conditions le fonctionnement d'un réseau soumis à un système de courants déséquilibrés, il suffit de connaître son comportement devant chacun des systèmes composants pris isolément.

Q2. Exprimer sous forme matricielle la transformation de Fortescue et son inverse pour un système de tension triphasés.

Transformation de Fortescue

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_o + \bar{V}_d + \bar{V}_i \\ \bar{V}_2 &= \bar{V}_o + a^2 \bar{V}_d + a \bar{V}_i \\ \bar{V}_3 &= \bar{V}_o + a \bar{V}_d + a^2 \bar{V}_i\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_o \\ \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \end{bmatrix}$$

Transformation inverse

$$\begin{aligned}\bar{V}_o &= \frac{1}{3}(\bar{V}_1 + \bar{V}_2 + \bar{V}_3) \\ \bar{V}_d &= \frac{1}{3}(\bar{V}_1 + a\bar{V}_2 + a^2\bar{V}_3) \\ \bar{V}_i &= \frac{1}{3}(\bar{V}_1 + a^2\bar{V}_2 + a\bar{V}_3)\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}_o \\ \bar{V}_d \\ \bar{V}_i \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{bmatrix}$$

### Exercice: 12 pts

Un générateur de 100 MVA,  $X_s = 100\%$ , de tension nominale 18kV est relié par un transformateur élévateur (18/70) de 50 MVA et de tension de court-circuit de 10 %, à une ligne triphasée 70 kV de 25 km ( $R = 0.2 \Omega/\text{km}$ ,  $X = 0,4 \Omega/\text{km}$ ,  $Y = 3\mu\text{S}/\text{km}$ ). Au bout de la ligne, une charge est branchée derrière un transformateur abaisseur (70/16,5) de 40 MVA, tension de court-circuit 15 %.

Nous avons relevé une tension de 15 kV aux bornes de la charge qui est inductive et soutire une puissance de 25 MVA avec un facteur de puissance de 0,8.

### Questions:

- Tracer le schéma unifilaire correspondant à ce circuit (grandeurs réelles) ;
- Pour  $S_B = 100 \text{ MVA}$ , choisissez les autres grandeurs de base et calculer les paramètres du schéma équivalent dans le cas du système Per Unit.
- Que vaut (en grandeur réelle) la tension aux bornes du générateur ainsi que la fem. interne ?
- Sur un schéma résumé, reprendre les valeurs de  $U$ ,  $I$ ,  $P$  et  $Q$  chaque fois qu'ils peuvent être calculés. Vérifier votre bilan en chaque nœud.

### Solution :

#### A. Données :

- **Générateur (G) :**

$$S_{B,G} = 100 \text{ MVA} ;$$

$$X_{s,G} = 100 \% ;$$

$$U_{N,G} = 18 \text{ kV}^1.$$

- **Transformateur (T1) :**

$$\text{Rapport } n_{T1} = 18/70 ;$$

$$S_{B,T1} = 50 \text{ MVA} ;$$

$$X_{CC,T1} = 10 \%.$$

- **Ligne triphasée (L) :**

$$U_L = 70 \text{ kV} ;$$

$$\text{Longueur } 25 \text{ km} ;$$

$$R = 0,2 \Omega/\text{km} ;$$

$$X = 0,4 \Omega/\text{km} ;$$

$$Y = 3 \mu\text{S}/\text{km}.$$

- **Transformateur (T2) :**

$$\text{Rapport } n_{T2} = 70/16,5 ;$$

$$S_{B,T2} = 40 \text{ MVA} ;$$

$$X_{CC,T2} = 15 \%.$$

- **Charge :**

$$U = 15 \text{ kV} ;$$

$$S = 25 \text{ MVA} ;$$

$$\cos \theta = 0,8.$$

#### B. Choix des grandeurs de base :

Nous choisissons les grandeurs de base égales aux grandeurs nominales. La puissance de base,  $S_B$ , est fixée à 100 MVA. Les tensions de base sont choisies afin de respecter la relation  $U_{B2} = n \cdot U_{B1}$  et d'obtenir ainsi un transformateur 'invisible'.

$$U_{B1} = 18 \text{ kV} \quad \text{est la tension de base du côté gauche du transformateur T1} ;$$

$$Z_{B1} = U_{B1}^2 / S_B = 3,24 \Omega ;$$

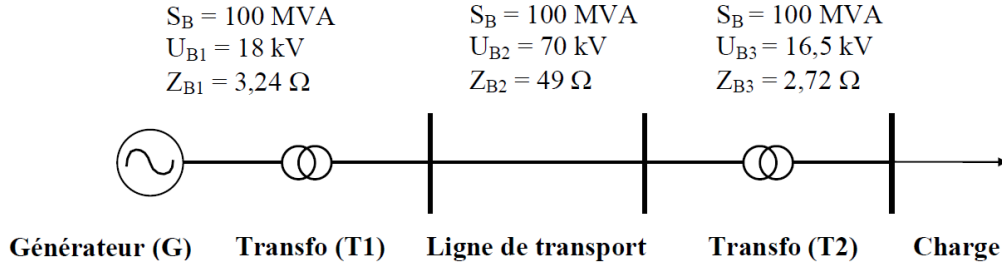
$$U_{B2} = 70 \text{ kV} \quad \text{est la tension de base du côté droit de T1 et du côté gauche de T2} ;$$

$$Z_{B2} = U_{B2}^2 / S_B = 49 \Omega ;$$

$$U_{B3} = 16,5 \text{ kV} \quad \text{est la tension de base à gauche de T2} ;$$

$$Z_{B3} = U_{B3}^2 / S_B = 2,72 \Omega.$$

C. Schéma unifilaire :

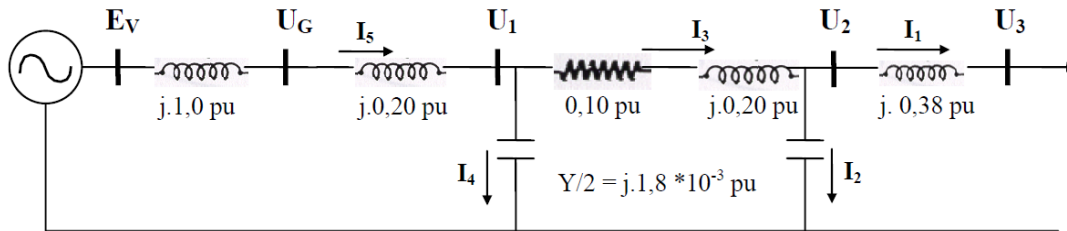


D. Grandeurs en pu et schéma en pu :

Toutes les grandeurs en 'per unit' doivent se référer à la puissance de base «  $S_B = 100 \text{ MVA}$  ».

- **Générateur (G) :**  
 $S_{N,G} = 100 / 100 = 1 \text{ pu}$   
 $X_{S,G} = 100 \% [100 \text{ MVA}] \equiv 1 \text{ pu}$
  
- **Transformateur (T1) :**  
 Rapport  $n_{T1} = 18/70$  (= rapport des tensions de base) ;  
 $S_{N,T1} = 50 \text{ MVA} \equiv 50 / 100 = 0,5 \text{ pu}$  ;  
 $X_{CC,T1} = 10 \% [50 \text{ MVA}] \equiv 0,1 \cdot 100 / 50 = 0,2 \text{ pu}$ .
  
- **Ligne triphasée (L) :**  
 Longueur 25 km ;  
 $R = 0,2 \Omega/\text{km} \equiv 0,2 \cdot 25 / 49 = 0,102 \text{ pu}$  ;  
 $X = 0,4 \Omega/\text{km} \equiv 0,4 \cdot 25 / 49 = 0,204 \text{ pu}$  ;  
 $Y = 3 \mu\text{S}/\text{km} \equiv 3 \cdot 10^{-6} \cdot 49 \cdot 25 = 3,68 \cdot 10^{-3} \text{ pu}$  ;  $\Rightarrow Y/2 = 1,84 \cdot 10^{-3} \text{ pu}$ .
  
- **Transformateur (T2) :**  
 Rapport  $n_{T2} = 70/16,5$  (= rapport des tensions de base) ;  
 $S_{N,T2} = 40 \text{ MVA} \equiv 40 / 100 = 0,4 \text{ pu}$  ;  
 $X_{CC,T2} = 15 \% [40 \text{ MVA}] \equiv 0,15 \cdot 100 / 40 = 0,375 \text{ pu}$ .
  
- **Charge :**  
 $U_3 = 15 / 16,5 = 0,91 \angle 0^\circ \text{ pu}$  ;  
 $S = 25 / 100 = 0,25 \text{ pu}$  ;  
 $\cos \theta = 0,8$ .

Son schéma équivalent est le suivant :



### E. Etat du système :

Puissance active consommée par la charge:  $P_L = S \cdot \cos\delta = 0,25 \cdot 0,8 = 0,2 \text{ pu}$  ;

Puissance réactive consommée par la charge:  $Q_L = S \cdot \sin\delta = 0,25 \cdot 0,6 = 0,15 \text{ pu}$ .

Calcul du courant au niveau de la charge ( $I_1$ ) :

$$S = P_L + j.Q_L = 0,2 + j.0,15 = U_3 \cdot I_1^* = 0,91 \angle 0^\circ \cdot I_1^* ;$$

$$I_1 = 0,220 - 0,165 j = 0,275 \text{ pu} \angle -37^\circ.$$

Calcul du courant dans la ligne ( $I_3$ ) :

$$U_2 = U_3 + I_1 \cdot j.(0,375) = 0,971 + j.0,0825 = 0,974 \text{ pu} \angle 4,86^\circ ;$$

$$I_2 = U_2 \cdot j.1,84 \cdot 10^{-3} = 1,79 \cdot 10^{-3} \text{ pu} \angle 94,9^\circ ;$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = 0,274 \text{ pu} \angle -36,6^\circ.$$

Calcul du courant au niveau du générateur ( $I_5$ ) :

$$U_1 = I_3 \cdot (0,1 + j.0,2) + U_2 = 1,03 \text{ pu} \angle 6,13^\circ ;$$

$$I_4 = U_1 \cdot j.1,84 \cdot 10^{-3} = 1,90 \cdot 10^{-3} \text{ pu} \angle 96,1^\circ ;$$

$$I_5 = I_3 + I_4 = 0,273 \text{ pu} \angle -36,3^\circ.$$

Tension aux bornes et fem du générateur :

$$U_G = I_5 \cdot j.0,2 + U_1 = 1,07 \text{ pu} \angle 8,29^\circ ;$$

$$E_V = U_G + I_5 \cdot j = 1,28 \text{ pu} \angle 17,1^\circ.$$

La tension réelle aux bornes du générateur vaut :  $U_G \cdot U_{Bl} = 19,2 \text{ kV} \angle 8,29^\circ.$

La fem réelle du générateur vaut :  $E_V \cdot U_{Bl} = 23,0 \text{ kV} \angle 17,1^\circ.$

F. puissances transmises en chaque nœud :

$$\begin{aligned} \underline{Nœud E_V}: \\ S_V &= E_V \cdot I_5^* = 0,348 \text{ pu } \angle 53,3^\circ ; \\ &= P_V + j \cdot Q_V ; \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P_V &= 20,8 \text{ MW} ; \\ Q_V &= 27,9 \text{ MVar} . \end{aligned}$$

$$\underline{Nœud U_G}: \\ S_G = U_G \cdot I_5^* = 0,292 \text{ pu } \angle 44,5^\circ ;$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P_G &= 20,8 \text{ MW} ; \\ Q_G &= 20,5 \text{ MVar} . \end{aligned}$$

$$\underline{Nœud U_1}: \\ S_1 = U_1 \cdot I_5^* = 0,281 \text{ pu } \angle 42,4^\circ ;$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P_1 &= 20,8 \text{ MW} ; \\ Q_1 &= 19,0 \text{ MVar} . \end{aligned}$$

$$\underline{Nœud U_2}: \\ S_2 = U_2 \cdot I_1^* = 0,268 \text{ pu } \angle 41,7^\circ ;$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P_2 &= 20,0 \text{ MW} ; \\ Q_2 &= 17,8 \text{ MVar} . \end{aligned}$$

$$\underline{Au nœud U_3}: \\ S_3 = U_3 \cdot I_1^* = 0,25 \text{ pu } \angle 36,9^\circ ;$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P_3 &= 20,0 \text{ MW} ; \\ Q_3 &= 15,0 \text{ MVar} . \end{aligned}$$

G. Puissances dissipées :

$$\underline{Réactance synchrone}: \\ Q_{Xs,G} = I_5^2 \cdot 1 = 0,0744 \text{ pu} ;$$

$$\Rightarrow Q_{Xs,G} = 7,44 \text{ MVar} .$$

$$\underline{Réactance de fuite de T1}: \\ Q_{T1} = I_5^2 \cdot 0,2 = 0,0149 \text{ pu} ;$$

$$\Rightarrow Q_{T1} = 1,49 \text{ MVar} .$$

Impédance de ligne :

- Impédance longitudinale :

$$S_L = I_3^2 \cdot (0,1 + j \cdot 0,2) = 1,68 \text{ pu } \angle 63,4^\circ ;$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P_L &= 0,750 \text{ MW} ; \\ Q_L &= 1,50 \text{ MVar} . \end{aligned}$$

- Impédance transversale :

$$Q_{tr,g} = - I_4^2 \cdot (0,00184)^{-1} = - 0,00196 \text{ pu} ;$$

$$\Rightarrow Q_{tr,g} = - 0,196 \text{ MVar} .$$

$$Q_{tr,d} = - I_2^2 \cdot (0,00184)^{-1} = - 0,00174 \text{ pu} ;$$

$$\Rightarrow Q_{tr,d} = - 0,174 \text{ MVar} .$$

$$\underline{Réactance de fuite de T2}: \\ Q_{T2} = I_1^2 \cdot j \cdot 0,375 = 0,0284 \text{ pu} ;$$

$$\Rightarrow Q_{T2} = 2,84 \text{ MVar} .$$

Remarque : Les pertes capacitives sont extrêmement faibles. Nous aurions pu les négliger depuis le début de la résolution.

## H. Bilan de puissances :

A partir du générateur, puissance actives :

$$P_V = P_G = P_1 = 20,8 \text{ MW ;}$$

$$P_2 = P_3 = P_V - P_L = 20,0 \text{ MW}$$

**OK.**

A partir du générateur, puissance réactives :

$$Q_V = 27,9 \text{ MVar ;}$$

$$Q_G = Q_V - Q_{Xs,G} = 20,5 \text{ MVar}$$

$$Q_1 = Q_G - Q_{T1} = 19,0 \text{ MVar}$$

$$Q_2 = Q_1 - Q_L - Q_{tr,g} - Q_{tr,d} = 17,8 \text{ MVar}$$

$$Q_3 = Q_2 - Q_{T2} = 15,0 \text{ MVar}$$

**OK ;**

**OK ;**

**OK ;**

**OK.**

Autre formulation :  $S_{généree} = S_{consommée} + S_{pertes}$ .