



Examen final

Exercice 1. (08 points)

Dans une petite localité, on veut déterminer le type de logements à construire pour un ensemble de 60 familles selon leurs salaires. Après l'analyse des données on note les résultats suivants

| Type de logements | F1 | F2 | F3 | F4 |
|-------------------|----|----|----|----|
| Effectifs | 20 | x | 8 | 14 |

1. Déterminer la variable statistique et son type et donner l'effectif x .
2. Donner le pourcentage des F4 à construire.
3. Donner toutes les représentations graphiques possibles de cette distribution.

Exercice 2. (12 points)

Une usine produit des pièces d'une machine. Pour chaque pièce (individu), on dispose du coût de sa production (DA) et du temps nécessaire pour sa réalisation (en heures). Le tableau ci-après (série statistique) donne cette répartition :

| Individu | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---------------------------------|----|----|----|----|----|
| Temps (X) mesurée en heures | 3 | 5 | 48 | 2 | 6 |
| Coût (Y) mesurée en Dinars | 11 | 17 | 24 | 13 | 20 |

1. Calculer la moyenne de la variable statistique X , et la moyenne de la variable statistique Y .
2. Calculer la covariance des variables statistiques X et Y .
3. En supposant qu'il existe une corrélation linéaire entre X et Y , déterminer cette droite de corrélation.
4. Calculer le coefficient de corrélation. Conclusion ?
5. Une nouvelle pièce est réalisée en 5 heures. Estimer le coût de production de cette pièce en utilisant la droite de corrélation établie.

Corrigé

Exercice 1 3 points

① Variable statistique : Le type de logements à construire.
Son type : qualitatif. (1)

$$\text{Effectif } x = 60 - (20 + 8 + 14) = 18 \quad (1)$$

car l'effectif total de la population $N = 60$

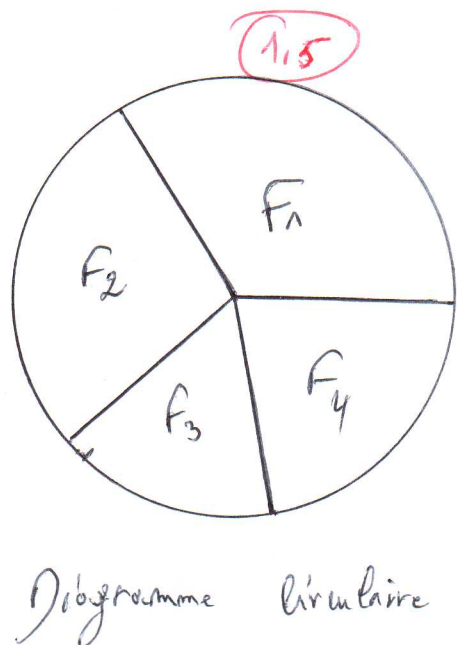
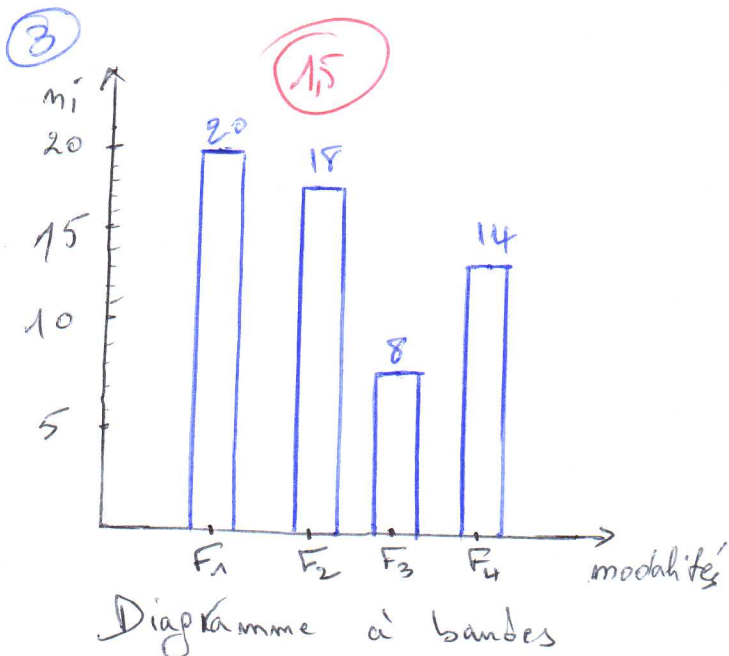
② On va construire 14 F_4 d'un total de 60 logements,
donc $60 \text{ log.} \rightarrow 100\%$

$$14 F_4 \rightarrow y$$

$$y = \frac{14 \times 100\%}{60} = 23,33\% \quad (2)$$

Autre méthode, on calcule la fréquence relative de F_4 ,

$$f_4 = \frac{n_4}{N} = \frac{14}{60} = 23,33\%$$



$$60 \text{ deg} \rightarrow 360^\circ$$

$$20 \text{ deg} \rightarrow y$$

\Rightarrow

$$y = \frac{20 \times 360}{60} = 120$$

$$20 \text{ deg} \rightarrow 120^\circ$$

$$18 \text{ deg} \rightarrow 108^\circ$$

$$8 \text{ deg} \rightarrow 48^\circ$$

$$14 \text{ deg} \rightarrow 84^\circ$$

Exercice 2 12 points

① la moyenne de la V.S X ,

$$\bar{x} = \frac{3+5+48+2+6}{5} = 12,8$$

①

la moyenne de la V.S Y ,

$$\bar{y} = \frac{11+17+24+13+20}{5} = 17$$

①

② la covariance est calculée à partir de

$$\text{cov}(X, Y) = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 x_i y_i = \frac{3 \times 11 + 5 \times 17 + 48 \times 24 + 2 \times 13 + 6 \times 20}{5}$$

$$\overline{xy} = 283,2$$

$$\text{cov}(X, Y) = 65,6$$

②

③ Droite de régression, on commence par calculer

$$\text{Var}(X) = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^5 x_i^2 - (\bar{x})^2 = 311,76 \quad (0,5)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} = 17,65 \quad 0,5$$

$$\text{Var}(Y) = \overline{y^2} - (\bar{y})^2 = 22 \quad 0,5$$

$$\sigma_y = 4,69 \quad 0,5$$

Les coefficients de la droite sont donnés par

$$a = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\text{Var}(X)} = 0,21 \quad (1) ; \quad b = \bar{y} - a\bar{x} = 14,312 \quad (1)$$

$$D(Y/X): \quad y = ax + b \quad (1)$$

④ Coefficient de corrélation, $r_{xy} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = 0,79 \quad (1)$

Puisque, $r_{xy} > 0,7$ alors l'ajustement linéaire est accepté. (1)

⑤ On peut estimer le coût y pour $x=5$

$$y = 0,21 \times 5 + 14,312$$

$$\boxed{y = 15,362} \quad (1)$$