M1INB–EB747 Examen – Corrigé

Questions de cours (14 points)

1. (1 point) Dans une analyse par ondelettes, les valeurs élevées du facteur d'échelle correspondent à des échelles basses et des hautes fréquences
2. (1 point) Lors de l'estimation du corrélogramme, la fenêtre d'apodisation permet d'éviter de fausser l'estimation de la densité spectrale de puissance par des valeurs dispersées de la fonction de corrélation
3. (2 points) Le scalogramme d'un signal est le module de la la transformée en ondelettes continue du signal
4. (1 point) La densité spectrale de puissance estimée par le corrélogramme est une fonction non–négative pour la fenêtre de Bartlett
5. (1 point) Le corrélogramme consiste à calculer la transformée de Fourier de l'estimation de la fonction d'autocorrélation du signal adouci
6. (1 point) L'algorithme de Levinson–Durbin permet de résoudre le système d'équations linéaires de Yule–Walker du modèle autorégressif (AR) du signal
7. (1 point) Un modèle à moyenne ajustée (MA) est un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF)
8. (1 point) Dans une analyse spectrale paramétrique du type ARMA, le signal analysé correspond au passage d'un bruit blanc dans un filtre dont la fonction de transfert dispose de zéros et de pôles
9. (1 point) Le spectrogramme d'un signal est défini comme le module de la transformée de Fourier à court–terme du signal
10. (1 point) Lors d'une estimation $\widehat{\varphi}_{xx_k}$ de la fonction d'autocorrélation, la variance augmente lorsque k est grand, les valeurs de $\widehat{\varphi}_{xx_k}$ sont dispersées pour k grand
11. (1 point) Le modèle donné par la fonction de transfert $H(z) = \dfrac{\sum_{i=0}^{q} b_i z^{-i}}{1 - \sum_{i=1}^{p} a_i z^{-i}}$ est un modèle autorégressif et à moyenne ajustée.
12. (2 points) Lors d'un débruitage par paquets d'ondelettes d'un signal échantillonné à 864Hz, contenant de l'information utile à $f_0 = 164$Hz, d'une bande spectrale $B = 362$Hz, et bruité à $f_1 = 110\ Hz$, $f_2 = 190$Hz, et $f_3 = 360$Hz. Les paquets à éliminer sont : ADAA, ADDD, et DDAD

Exercice (6 points) – Corrigé

1. (2 points) La moyenne de X est donnée par :

$$\mu_X(n) = E\left[X(n,\omega)\right] = E\left[\sum_{k=0}^{\infty} \theta^k Y_{n-k}\right] = \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E\left[Y_{n-k}\right] = 0$$

La fonction d'autocorrélation est donnée par :

$$\begin{aligned} R_X(n,m) &= E\left[X(n,\omega)\overline{X(n,\omega)}\right] \\ &= \forall n,m \in \mathbb{Z}, R_X(n,m) = \frac{\theta^{|n-m|}}{1-\theta^2}\sigma^2 \end{aligned}$$

En particulier, on a : $E\left[|X(n,\omega)|^2\right] = R_X(n,n) = \dfrac{\sigma^2}{\theta^2 - 1}$

On en déduit que X est stationnaire au second ordre.

2. (2 points) La puissance de X est donnée par :

$$P_X = R_X(0) = \frac{\sigma^2}{1-\theta^2}$$

3. (2 points) La densité spectrale de puissance de X est donnée par :

$$\begin{aligned} S_X(\nu) &= \sum_{k\in\mathbb{Z}} R_X(k) e^{-j2\pi\nu k} \\ &= \frac{\sigma^2}{1+\theta^2 - 2\theta\cos 2\pi\nu} \end{aligned}$$