

## Examen Final de Physique1 (GB112)

### Exercice 1 :

- 1- Montrer par un calcul simple que  $[\pi] = 1$
- 2- Vérifier que les grandeurs physiques suivantes ont même dimension
  - a- Le travail d'une force  $W(F) = F.L.\cos\theta$
  - b- L'énergie en mécanique relativiste  $E = m.C^2$
  - c- L'énergie dissipée par effet Joule  $E = R.I^2.t$

3- La longueur de Planck est donnée par la relation :  $l_p = \sqrt{\frac{\hbar.G}{C^3}}$

Où :  $\hbar$  est la constante de Planck réduite ;

$G$  est la constante gravitationnelle donnée par :  $F = G \frac{m_1.m_2}{r^2}$

et  $C$  est la vitesse de la lumière dans le vide

a- Donner la dimension de  $\hbar$

b- Exprimer l'incertitude relative  $\frac{\Delta\hbar}{\hbar}$  en fonction de  $\Delta l_p$ ,  $\Delta G$  et  $\Delta C$ .

### Exercice 2 :

1- Exprimer les coordonnées cartésiennes  $x, y$  et  $z$  en fonction des paramètres en coordonnées cylindriques  $\rho, \varphi$  et  $z$

2- Ecrire les vecteurs unitaires  $\vec{U}_\rho, \vec{U}_\varphi$  et  $\vec{U}_z$  en fonction de  $\vec{i}, \vec{j}$  et  $\vec{k}$

3- Ecrire le vecteur position  $\vec{OM}$  en coordonnées polaires.

4- Exprimer le vecteur vitesse en coordonnées polaires. Que devient-il si  $\rho = \text{constante}$

5- Donner alors les composantes du vecteur accélération.

### Exercice 3 :

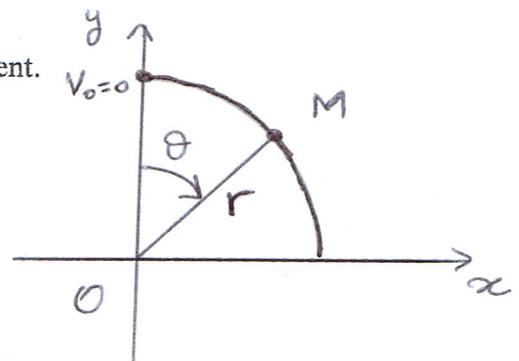
Un corps de masse  $m$  glisse à partir du point  $M_0$  (sans vitesse initiale) sur un quart de cercle de centre  $O$  et de rayon  $a$ .

1- Dans la base de Frenet, écrire les équations du mouvement.

2- Exprimer la vitesse  $V$  de  $m$  en fonction de  $\theta, g$  et  $a$ .

3- En quel point  $M$ , le corps quitte la surface ?

(Déterminer l'angle  $\theta_0$  et la hauteur  $h_0$ )



## Corrigé de l'examen final de Physique 1:

Exercice 1: 6pts

1 -  $[\pi] = 1$  ?

En géométrie, une définition simple du nombre  $\pi$  est donnée par:  $L = 2\pi R$  ou  $\pi D$ .

avec  $L$ : périmètre du cercle exprimé en mètre

$R$ : rayon et  $D$ : diamètre exprimé en mètre

$$\text{d'où } \pi = \frac{L}{2R} \Rightarrow [\pi] = \frac{[L]}{[2][R]} = \frac{[L]}{[D]} = \frac{L}{L}$$

$$[\pi] = 1. \quad (1 \text{ pt})$$

quoique  $\pi$  a une unité: radian, ~~son~~ il est sans dimension. (on peut tjs utiliser la surface ou le volume)

2 - a -  $W(F) = F \cdot l \cdot \cos \theta$  (0,5)

$$[W(F)] = [F] \cdot [L] \cdot [\cos \theta]$$

$$= M \cdot L T^{-2} \cdot L \cdot 1 = M L^2 T^{-2}$$

b.  $E = m c^2 \Rightarrow [E] = [m][c^2] = M \cdot (L T^{-1})^2$

$$[E] = M L^2 T^{-2} \quad (0,5)$$

c.  $E = R I^2 \cdot t \Rightarrow [E] = [R][I^2][t]$

$$R? \quad R = \frac{V}{I} \Rightarrow [R] = \frac{[V]}{[I]} = \frac{M L^2 T^{-3} I^{-1}}{I}$$

$$[E] = M L^2 T^{-3} I^{-2} \cdot I^2 \cdot T$$

$$= M L^2 T^{-2} \quad (0,5)$$

$$3. a. l_p = \sqrt{\frac{h G}{c^3}} \Rightarrow l_p^2 = \frac{h G}{c^3}$$

$$h = \frac{l_p^2 \cdot c^3}{G} \Rightarrow [h] = \frac{[l_p^2] \cdot [c^3]}{[G]}$$

$$[l_p] = L^{(0,25)}; [c] = LT^{-1}^{(0,25)}$$

$$[G]? F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow G = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}^{(0,5)}$$

$$[G] = \frac{MLT^{-2} \cdot L^2}{M^2} = M^{-1} L^3 T^{-2}$$

$$[h] = \frac{L^2 \cdot L^3 T^{-3}}{M^{-1} L^3 T^{-2}} = M \cdot L^2 \cdot T^{-1} \quad (1)$$

$$b. h = \frac{l_p^2 \cdot c^3}{G}$$

$$\log h = \log \left( \frac{l_p^2 \cdot c^3}{G} \right)$$

$$= \log(l_p^2 \cdot c^3) - \log G$$

$$= \log(l_p)^2 + \log c^3 - \log G$$

$$= 2 \log l_p + 3 \log c - \log G \quad (0,5)$$

$$\frac{dh}{h} = 2 \frac{dl_p}{l_p} + 3 \frac{dc}{c} - \frac{dG}{G} \quad (0,5)$$

$$\frac{\Delta h}{h} = 2 \frac{\Delta l_p}{l_p} + 3 \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta G}{G} \quad (0,5)$$

Exercice 2 : 7 pts

1 - 
$$\begin{cases} x = \rho \cos \varphi & (0,5) \\ y = \rho \sin \varphi & (0,5) \\ z = z & (0,5) \end{cases}$$

2 - 
$$\begin{aligned} \vec{u}_\rho &= \cos \varphi \vec{i} + \sin \varphi \vec{j} & (0,5) \\ \vec{u}_\varphi &= -\sin \varphi \vec{i} + \cos \varphi \vec{j} & (0,5) \\ \vec{u}_z &= \vec{k} & (0,5) \end{aligned}$$

3 - 
$$\vec{OM} = \rho \vec{u}_\rho \quad (0,5)$$

4 - 
$$\vec{v} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \frac{d}{dt} (\rho \vec{u}_\rho) \quad (0,5)$$

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{d\rho}{dt} \vec{u}_\rho + \rho \frac{d\vec{u}_\rho}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \dot{\rho} \vec{u}_\rho + \rho \dot{\varphi} \vec{u}_\varphi = \dot{\rho} \vec{u}_\rho + \rho \dot{\varphi} \vec{u}_\varphi \quad (1 \text{ pt}) \end{aligned}$$

$\dot{\varphi} = \omega$  : vitesse angulaire

si  $\rho = \text{cte} \Rightarrow \dot{\rho} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \rho \dot{\varphi} \vec{u}_\varphi \quad (0,5)$

5 - 
$$\vec{\gamma} = \frac{d}{dt} (\rho \dot{\varphi} \vec{u}_\varphi) = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma} = \cancel{\frac{d\rho}{dt} \dot{\varphi} \vec{u}_\varphi} + \rho \frac{d\dot{\varphi}}{dt} \vec{u}_\varphi + \rho \dot{\varphi} \frac{d\vec{u}_\varphi}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\vec{\gamma} = \rho \ddot{\varphi} \vec{u}_\varphi + \rho \dot{\varphi}^2 (-\vec{u}_\rho)$$

$$\vec{\gamma} = -\rho \dot{\varphi}^2 \vec{u}_\rho + \rho \ddot{\varphi} \vec{u}_\varphi \Rightarrow \vec{\gamma} \begin{pmatrix} -\rho \dot{\varphi}^2 \\ \rho \ddot{\varphi} \\ 0 \end{pmatrix}$$

(1 pt)

Exercice 3: 7 pts

1.  $\sum \vec{F} = m \vec{\gamma}$   
 $\vec{P} + \vec{R} = m \vec{\gamma}$  (0,5)

proj / (MT):  $mg \sin \theta = m \gamma_T \stackrel{(1)}{=} m \frac{dV}{dt}$  (a)

proj / (MN):  $mg \cos \theta - R = m \gamma_N \stackrel{(1)}{=} m \frac{V^2}{a}$  (b)

(1)  $\Rightarrow g \sin \theta = \frac{dV}{dt} \Rightarrow g \sin \theta = \frac{dV}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt}$

$\Rightarrow g \cdot \sin \theta = \dot{\theta} \cdot \frac{dV}{d\theta}$  or  $\dot{\theta} = \omega$   
(0,5) et  $V = \omega \cdot a$   
 $\Rightarrow \omega = \frac{V}{a}$

$\Rightarrow g \cdot \sin \theta \cdot d\theta = \frac{V}{a} dV$  (0,5)

$\Rightarrow \int V dV = \int g \cdot a \cdot \sin \theta \cdot d\theta$

$\left[ \frac{V^2}{2} \right]_0^V = g a \cdot [-\cos \theta]_0^\theta$

$V^2 = 2ga (-\cos \theta + 1)$

$V = \sqrt{2ga (-\cos \theta + 1)}$  (1)

(b)  $\Rightarrow R = mg \cos \theta - m \frac{V^2}{a} = mg \cos \theta - \frac{m}{a} (2ga (-\cos \theta + 1))$   
 $= mg \cos \theta - 2mg (1 - \cos \theta)$

$$R = +mg \cos \theta + 2mg \cos \theta \rightarrow 2mg.$$

$$R = -2mg + 3mg \cos \theta. \quad (1)$$

Le corps quitte la surface  $\Rightarrow R=0$ . (0,5)

$$mg \neq 0 \Rightarrow 3 \cos \theta_0 - 2 = 0.$$

$$\Rightarrow \cos \theta_0 = \frac{2}{3}. \quad (0,5)$$

$$\Rightarrow \theta_0 \approx 48,19^\circ$$

$$\cos \theta_0 = \frac{h_0}{a} \Rightarrow h_0 = a \cdot \cos \theta_0.$$

$$h_0 = \frac{2}{3} a. \quad (0,5)$$

- 5 - (FIN)