

Corrigé Examen GS 431 "Résistance des matériaux"

EXERCICE 1 : (12 pts)

1. Calcul de $N(x)$ et $\sigma(x)$

On commence du bas vers le haut :

Section 1-1 : $0 < x < 3\text{m}$

$$N_1(x) = 10 + 2x$$

$$X=0 \rightarrow N(0) = 10 \text{ KN}$$

$$X=3 \rightarrow N(3) = 16 \text{ KN}$$

$$\sigma_1(x) = N_1(x)/S = (10 + 2x)/S$$

$$\sigma_1(0) = (10 + 2.0)/2 = 5 \text{ KN/Cm}^2$$

$$\sigma_1(3) = (10 + 2.3)/2 = 8 \text{ KN/Cm}^2$$

Section 2-2 : $3 < x < 6\text{m}$

$$N_2(x) = 10 - 6 + 2x = 4 + 2x$$

$$X=3 \rightarrow N(3) = 10 \text{ KN}$$

$$X=6 \rightarrow N(6) = 16 \text{ KN}$$

$$\sigma_2(x) = N_2(x)/S = (4 + 2x)/S = 2 + x$$

$$\sigma_2(3) = (4 + 2.3)/2 = 5 \text{ KN/Cm}^2$$

$$\sigma_2(6) = (4 + 2.6)/2 = 8 \text{ KN/Cm}^2$$

2. L'expression de la loi de Hooke:

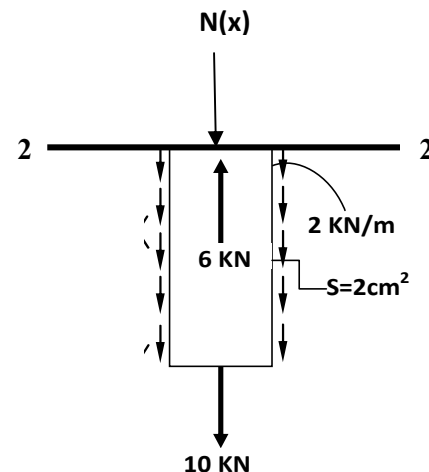
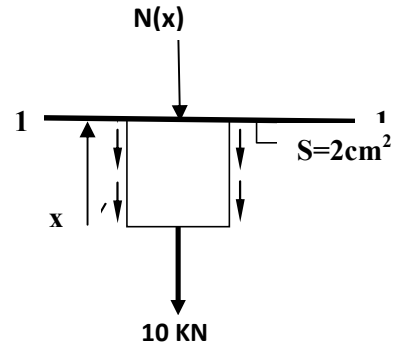
$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \Delta l / l$$

3. Calcul du déplacement final en fonction de E :

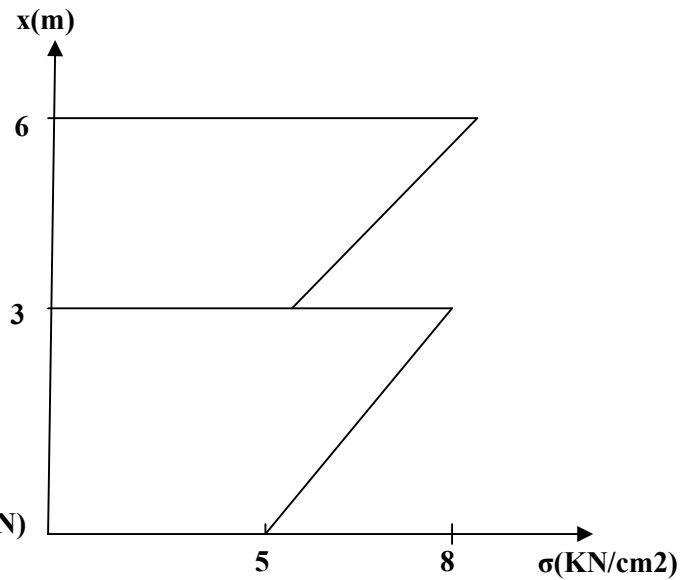
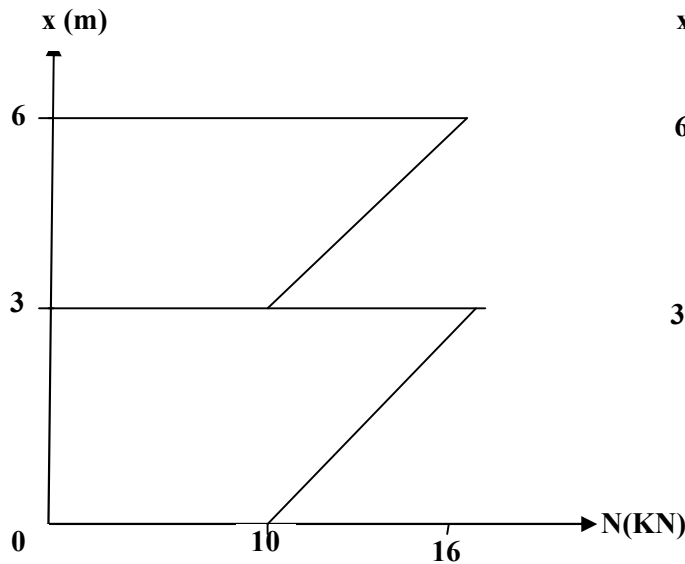
Dans ce cas, on va déterminer directement le déplacement final sans passer par la décomposition de la poutre en deux sections.

$$\begin{aligned} \Delta l &= \int_0^3 \frac{\sigma_2(x)}{E} dx + \int_3^6 \frac{\sigma_1(x)}{E} dx = \int_0^3 \frac{(2+x)}{E \cdot 10^{-4}} dx + \int_3^6 \frac{(5+x)}{E \cdot 10^{-4}} dx \\ &= \frac{1}{E \cdot 10^{-4}} \left(\left[2x + \frac{x^2}{2} \right] + \left[5x + \frac{x^2}{2} \right] \right) = \frac{1}{E \cdot 10^{-4}} \left(\left[2 \cdot 3 + \frac{3^2}{2} - 2 \cdot 0 - \frac{0^2}{2} \right] + \left[5 \cdot 6 + \frac{6^2}{2} - 5 \cdot 3 - \frac{3^2}{2} \right] \right) \\ &= \frac{1}{E \cdot 10^{-4}} \left(\frac{21}{2} + \frac{57}{2} \right) = \frac{39}{E \cdot 10^{-4}} \end{aligned}$$

Le déplacement final de la poutre est égal à $\frac{39}{E \cdot 10^{-4}}$



Tracé des diagrammes :



Exercice 2 : (8 pts)

1. *Les coordonnées du centre de gravité :*

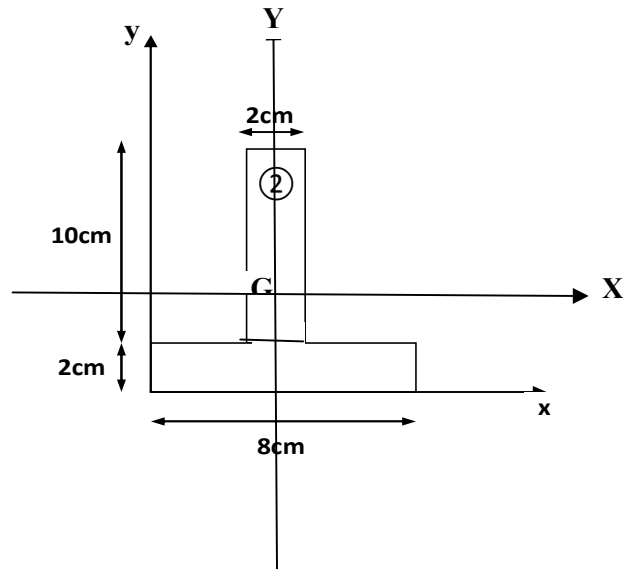
$$X_G = \frac{\sum_{i=1}^n (S_i \cdot x_{Gi})}{S} \quad Y_G = \frac{\sum_{i=1}^n (S_i \cdot y_{Gi})}{S}$$

$$x_G = \frac{8 \cdot 2.4 + 10 \cdot 2.4}{8.2 + 10.2}$$

$$x_G = 4 \text{ cm}$$

$$y_G = \frac{8 \cdot 2.1 + 10 \cdot 2.7}{8.2 + 10.2}$$

$$y_G = 4,33 \text{ cm}$$



2. *Calcul des moments quadratiques centraux*

$$I_{Gx} = I_{Gx(1)} + I_{Gx(2)}$$

$$I_{Gx} = \frac{8 \cdot 2^3}{12} + 2 \cdot 8 \cdot (4,33 - 1)^2 + \frac{2 \cdot 10^3}{12} + 2 \cdot 10 \cdot (7 - 4,33)^2 = 492 \text{ cm}^2$$

$$I_{Gy} = I_{Gy(1)} + I_{Gy(2)}$$

$$I_{Gy} = \frac{2 \cdot 8^3}{12} + 0 + \frac{10 \cdot 2^3}{12} + 0 = 92 \text{ cm}^2$$

Moment quadratique produit : $I_{Gxy} = 0$

Section symétrique, l'axe Gy est un axe de symétrie de la section.