corrigé de l'EMD TS521 JANVIER 2020

Ex 1 :

$$\vec{E}(z,t) = \begin{cases} E_x(z,t) = 10 \cos\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15} z + \frac{\pi}{6}\right). \\ E_y(z,t) = 8 \sin\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15} z\right) = 8 \cos\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15} z - \frac{\pi}{2}\right) \\ E_z = 0 . \end{cases}$$

1°/ la direction de propagation :

L'expression générale $\vec{E} = \vec{E_0} \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r})$.

par identification $\vec{k}.\vec{r} = -\frac{\pi}{15} z = k_x x + k_y y + k_z z$

$$\Rightarrow \vec{k} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\pi}{15} \end{pmatrix}$$

La propagation est donc selon l'axe $-\vec{Oz}$.

2°/ La fréquence :

Par identification $\omega = \pi.10^7 \text{ rd/s} = 2\pi f$.

$$\Rightarrow f = \frac{\pi.10^7}{2\pi} = 5.10^6 \text{ Hz} \quad \boxed{f = 5 \text{ MHz}}$$

la longueur d'onde : $|\vec{k}| = k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{15}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{30\pi}{\pi} \Rightarrow \boxed{\lambda = 30 \text{ m}}$$

3°/ la vitesse de propagation v :

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda . f$$
$$= 30 \times 5.10^6$$
$$\boxed{v = 1,5 \times 10^8 \text{ m/s}}$$

ou alors $k = \frac{\omega}{v} \Rightarrow v = \frac{\omega}{k} = \frac{\pi.10^7}{\frac{\pi}{15}} = \boxed{1,5.10^8 \text{ m/s}}$

4°/ la polarisation du chp électrique :

$E_x(z,t)$ et $E_y(z,t)$ n'ont pas la m̂ amplitude

$$\varphi_{oy} - \varphi_{ox} = -\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = -\frac{2\pi}{3} \neq 0 \text{ et de } \pi$$

la polarisation est donc elliptique gauche.

5°/ le chp induction magnétique $\vec{B}$ associé :

$\vec{B} = \frac{1}{c}(\vec{u} \wedge \vec{E}) = \frac{1}{\omega}(\vec{k} \wedge \vec{E})$ car il s'agit d'une onde plane.

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{1}{\omega}\begin{vmatrix} \vec{u_x} & \vec{u_y} & \vec{u_z} \\ 0 & 0 & -\frac{\pi}{15} \\ E_x & E_y & 0 \end{vmatrix}$$

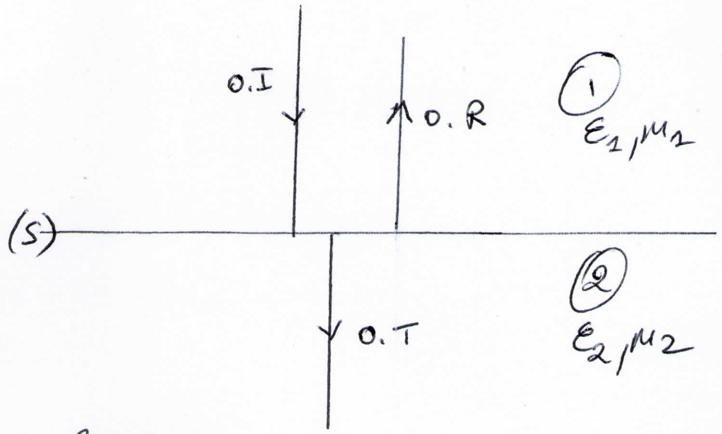
$$= \frac{1}{\omega}\left[\vec{u_x}\left(0 + \frac{\pi}{15}E_y\right) - \vec{u_y}\left(0 + \frac{\pi}{15}E_x\right) + 0\,\vec{u_z}\right].$$

$$= \frac{1}{\omega}\left[\frac{\pi}{15}\cdot 8\cos\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15}z - \frac{\pi}{2}\right)\vec{u_x} - \frac{\pi}{15}\,10\cos\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15}z + \frac{\pi}{6}\right)\vec{u_y}\right].$$

$$\vec{B} = \frac{1}{\pi.10^7}\,\frac{\pi}{15}\,8\cos\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15}z - \frac{\pi}{2}\right)\vec{u_x} - \frac{1}{\pi.10^7}\,\frac{\pi}{15}\,10\cos\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15}z + \frac{\pi}{6}\right)\vec{u_y}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{8}{15}.10^{-7}\cos\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15}z - \frac{\pi}{2}\right)\vec{u_x} - \frac{2}{3}10^{-7}\cos\left(\pi.10^7 t + \frac{\pi}{15}z + \frac{\pi}{6}\right)\vec{u_y}}$$

Ex3 :



1°/ Il s'agit d'une incidence normale => les chps $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont // à la surface de séparation (S). Les composantes tangentielles représentent dans tout le chp.

Au niveau de la surface (S) on a continuité de la composante tangentielle du chp $\vec{E}$ et celle du chp $\vec{H}$.

$$\begin{cases} E_{t_1} = E_{t_2} \\ H_{t_1} = H_{t_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} E_i + E_r = E_t \\ H_i + H_r = H_t \end{cases}$$

Sachant que $\dfrac{E_i}{H_i} = -\dfrac{E_r}{H_r} = Z_1 = \sqrt{\dfrac{\mu_1}{\varepsilon_1}}$ Imp. d'onde milieu 1

et que $\dfrac{E_t}{H_t} = Z_2 = \sqrt{\dfrac{\mu_2}{\varepsilon_2}}$: Imp. d'onde ds le milieu 2

$$\Rightarrow \begin{cases} E_i + E_r = E_t & \text{(I)} \\ \dfrac{E_i}{Z_1} - \dfrac{E_r}{Z_1} = \dfrac{E_t}{Z_2} \Rightarrow E_i - E_r = \dfrac{Z_1}{Z_2} E_t & \text{(II)} \end{cases}$$

(I) + (II) $\Rightarrow 2E_i = \left(1 + \dfrac{Z_1}{Z_2}\right) E_t = \dfrac{Z_1 + Z_2}{Z_2} E_t$

$$\Rightarrow \frac{E_t}{E_i} = \tau = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$: coefficient de transmission

$\dfrac{\text{(I)}}{E_i} \Rightarrow 1 + \dfrac{E_r}{E_i} = \dfrac{E_t}{E_i} \Rightarrow 1 + \rho = \tau$

ρ : coefficient de réflexion

$$\Rightarrow \boxed{\rho = \tau - 1 = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} - 1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}}$$

2°/ On pose $x = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$ et $y = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}$

$$a = \frac{v_2}{v_1} \quad ; \quad v_2 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}} \quad \text{et} \quad v_1 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}}.$$

$$\Rightarrow a = \frac{\sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}}{\sqrt{\varepsilon_2 \mu_2}} = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} = \frac{1}{xy}.$$

et le coef. de reflexion $\rho = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} - \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}} + \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}} \times \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_1}}}{\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_1}}}$

$$\rho = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}}{\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}} - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}} = \frac{y - x}{y + x}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{xy} \Rightarrow y = \frac{1}{ax} \\ \rho = \frac{y-x}{y+x} \Rightarrow \rho = \frac{\frac{1}{ax} - x}{\frac{1}{ax} + x} = \frac{1 - ax^2}{1 + ax^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho(1 + ax^2) = 1 - ax^2$$

$$\Rightarrow \rho + \rho a x^2 = 1 - ax^2$$

$$\Rightarrow ax^2(\rho + 1) = 1 - \rho$$

$$\Rightarrow \boxed{x^2 = \frac{1-\rho}{a(1+\rho)} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

$$y^2 = \frac{1}{a^2 x^2} = \frac{1}{a^{\cancel{2}} \frac{1-\rho}{\cancel{a}(1+\rho)}} \Rightarrow \boxed{y^2 = \frac{1+\rho}{a(1-\rho)} = \frac{\mu_2}{\mu_1}}$$

A.N: $\rho = 0.12$ et $a = 0,786 \Rightarrow \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = 0,999$

$$\frac{\mu_2}{\mu_1} = 1,619$$