

EXAMEN

PARTIE 1 (5 Pts)

-Cochez la réponse juste sur les questions suivantes :

1- Le fichier stock de maintenance permet de détecter les défaillances chroniques

Vrai

Faux

2- La Maintenance préventive :

Ayant pour objet de réduire la probabilité de défaillance

Est un ensemble d'activités réalisées après la défaillance d'un bien

3- La réparation :

Est la remise en état de façon durable

Est suivi par un dépannage

4-Le concept de maintenabilité s'applique au :

Matériel réparable

Matériel non réparable

Matériel réparable et non réparable

5-L'expression $\frac{P(A).P(B/ A)}{P(B)} = P(A / B)$

Est juste

Est fausse

Et pourquoi ?

Partie 2 (5 Pts)

On lance deux dés cubiques bien équilibrés dont les faces sont numérotées de 1 à 6. L'un de ces dés est rouge, l'autre est vert. Soit les événements :

- A : « Les deux numéros sont identiques »
- B « La somme des deux numéros est strictement supérieure à 7 »

1. Déterminer la probabilité des événements A, B et $A \cap B$.
2. Déterminer par deux méthodes la probabilité de l'événement $A \cup B$.

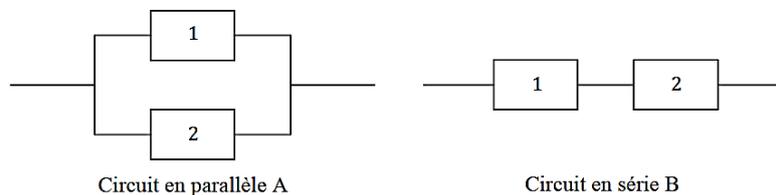
Partie 3 (4 Pts)

Un circuit électronique est composé de deux composants identiques numérotés 1 et 2.

On note D_1 l'événement « le composant 1 est défaillant avant un an » et on note D_2 l'événement « le composant 2 est défaillant avant un an ».

On suppose que les deux événements D_1 et D_2 sont indépendants et que $P(D_1) = P(D_2) = 0,39$.

Deux montages possibles sont envisagés, présentés ci-dessous :



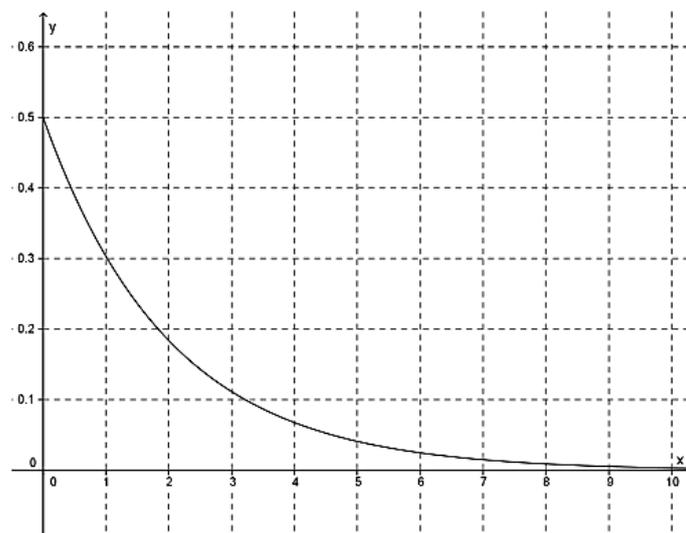
- 1-Calculer la probabilité que le circuit A soit défaillant avant un an.
- 2-Calculer la probabilité que le circuit B soit défaillant avant un an.

Partie 4 (6 Pts)

La durée de vie, exprimée en années, d'un composant électronique peut être modélisée par une variable aléatoire notée X suivant la loi exponentielle de paramètre λ avec $\lambda > 0$.

La courbe ci-après représente la fonction densité de probabilité associée.

- a. Sur le graphique de la figure en dessous, représenter la probabilité $P(X \leq 1)$.
- b. A l'aide du graphique, calculer la valeur de λ .
- c. Calculer la probabilité $P(X \geq 2)$.
- d. Sachant que le composant a déjà fonctionné une année, quelle est la probabilité que sa durée de vie totale dépasse les trois années ?



Corrigé

PARTIE 1 (5 Pts)

1- Le fichier stock de maintenance permet de détecter les défaillances chroniques (1pt)

Vrai

Faux

2- La Maintenance préventive : (1pt)

Ayant pour objet de réduire la probabilité de défaillance

Est un ensemble d'activités réalisées après la défaillance d'un bien

3- La réparation : (1pt)

Est la remise en état de façon durable

Est suivi par un dépannage

4-Le concept de maintenabilité s'applique au : (1pt)

Matériel réparable

Matériel non réparable

Matériel réparable et non réparable

5-L'expression $\frac{P(A).P(B/A)}{P(B)} = P(A/B)$ (0.5pt)

Est juste

Est fausse

Car :

$$\frac{P(A).P(B/A)}{P(B)} = \frac{P(A). \frac{P(A \cap B)}{P(A)}}{P(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A/B) \quad (0.5pt)$$

PARTIE 2 (5 Pts)

1-D'après le tableau :

$$P(A) = \frac{6}{36} ; \quad (1pt)$$

$$P(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} ; \quad (1pt)$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \quad (1pt)$$

Vert Rouge	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

2- D'après le tableau

$$P(A \cup B) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2} \text{ (nombre de cases de A + nombre de cases de B) } \quad (1\text{pt})$$

Aussi

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{36} + \frac{15}{36} - \frac{3}{36} = \frac{18}{36} \quad (1\text{pt})$$

Partie 3 (4pt)

1- le circuit A est défaillant uniquement si les deux composants sont défaillants en même temps :

$$\begin{aligned} P(A) &= P(D_1 \cap D_2) \\ &= P(D_1) \cdot P(D_2) \text{ (car } D_1 \text{ et } D_2 \text{ sont indépendants)} \\ &= 0,39^2 \end{aligned} \quad (2\text{pts})$$

Ou bien :

$$R(A) = [1 - (1 - R(D_1)) \cdot (1 - R(D_2))] \text{ (fiabilité d'un circuit parallèle)}$$

Avec :

$$R(D_1) = 1 - F(D_1) = 1 - P(D_1) \text{ (car } F(D_1) = P(D_1 < 1\text{ans})$$

$$R(D_2) = 1 - F(D_2) = 1 - P(D_2) \text{ (car } F(D_2) = P(D_2 < 1\text{ans})$$

donc

$$R(A) = [1 - P(D_1) \cdot P(D_2)]$$

$$P(A) = (1 - R(A)) = P(D_1) \cdot P(D_2) = 0,39^2$$

$$P(A) = 0,1521 = 15,21\%$$

2- le circuit B est défaillant dès que l'un au moins des deux composants est défaillant

$$\begin{aligned} P(B) &= P(D_1 \cup D_2) \\ &= P(D_1) + P(D_2) - P(D_1 \cap D_2) \\ &= P(D_1) + P(D_2) - P(A) \end{aligned}$$

$$P(B) = 0,39 + 0,39 - 0,1521$$

$$P(B) = 62,79\% \quad (2\text{pts})$$

Ou bien :

$$R(B) = [R(D_1) \cdot R(D_2)] \text{ (fiabilité d'un circuit série)}$$

$$R(B) = [(1 - P(D_1)) \cdot (1 - P(D_2))]$$

$$R(B) = 1 - P(D_2) - P(D_1) + P(D_1) \cdot P(D_2)$$

Par la suite:

$$P(B) = 1 - R(B) = P(D_1) + P(D_2) - P(D_1) \cdot P(D_2) = 62.79\%$$

Partie 4 (6Pts)

a. Représentation de la probabilité $P(X) \leq 1$



(1pt)

b. Calcule de la valeur de λ

f est la fonction densité de probabilité représentée par la courbe. Par conséquent,

$$f(0) = \lambda e^{-\lambda \cdot 0} = 0.5 \Rightarrow \lambda = 0.5$$

(2pts)

$$P(X \geq 2) = e^{-\lambda \cdot 2} = e^{-1} = \frac{1}{e} \quad \text{(1pt)}$$

c. Il s'agit d'une probabilité conditionnelle :

$$P_{(X \geq 3) / (X \geq 1)} = \frac{P((X \geq 1) \cap (X \geq 3))}{P(X \geq 1)} = \frac{P(X \geq 3)}{P(X \geq 1)} = \frac{e^{-0.5 \cdot 3}}{e^{-0.5}} \quad \text{(2pts)}$$

—