Université Abou Bakr Belkaid — Année Universitaire : 2019/2020

Faculté de Technologie — Matière : GS341

L2, Génie Civil

Solution examen 2019/2020 (GS341)

Solution1

1) Tableau statistique

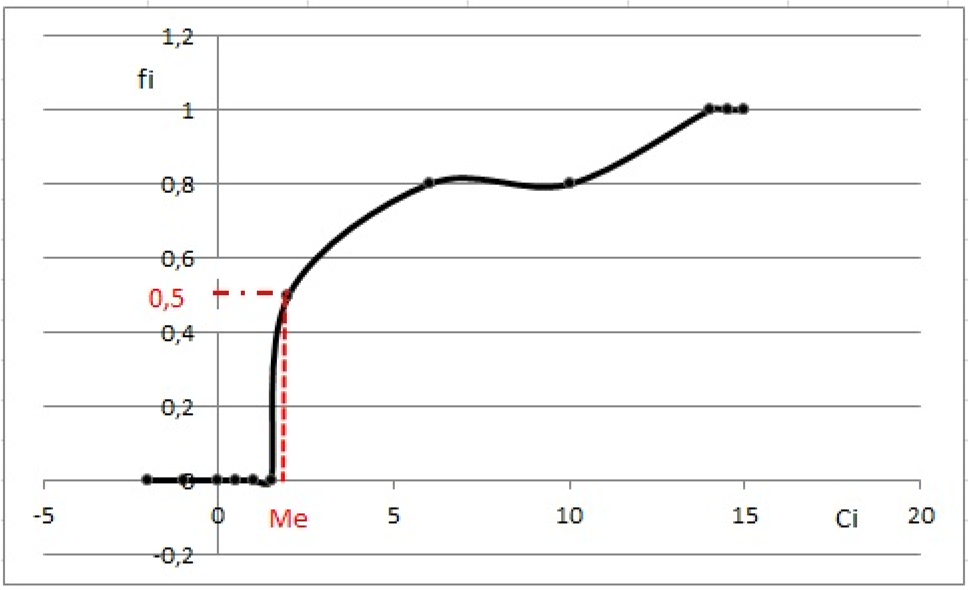
c_i	f_i	f_{ic}	x_i	fi.xi	fi.x_i^2
[-2, 2[	0,5	0,5	0	0	0
[2, 6[	0,3	0,8	4	1,2	4,8
[6, 10[	0	0,8	8	0	0
[10, 14[	0,2	1	12	2,4	28,8

La moyenne : $\overline{X = \sum f_\iota \times x_\iota}$ =3,6

La variance : $V(X) = \sum f_i \times x_i^2 - (\bar{X})^2$ ==33,6−$(3,6)^2$=20,64

L'écart type : $\sigma = \sqrt{V(X)}$=4,54

2) La courbe des fréquences cumulées



solution 2

1. Les distributions marginales de X et Y sont données par

Y X	$12\,°C$	$13\,°C$	$14\,°C$	$15\,°C$	*distribution de X*
$0\,°C$	0	0	1	1	2
$3\,°C$	0	1	0	3	4
$4\,°C$	2	0	1	2	5
$5\,°C$	1	1	0	3	5
distribution de Y	3	2	2	9	

2. La moyenne de X est $\overline{X} = \frac{57}{16} \simeq 3,6\,°C$, sa variance est $V(X) = \frac{607}{256} \simeq 2,4$.

La moyenne de X est la température moyenne observée au mois de février durant les années 1963 à 1978.

La moyenne de Y est $\overline{Y} = \frac{225}{16} \simeq 14°C$, sa variance est $V(Y) = \frac{367}{256} \simeq 1,4$.

3. La covariance de X et Y est $-\frac{89}{256} \simeq -0,35$. L'équation de la droite d'ajustement de Y par rapport à X est

$$Y \ \simeq \ -0,15 \times X + 14,6.$$

Le coefficient de corrélation de X et Y est à peu près $-0,19$.

(des erreurs d'arrondis sur les moyennes de X et Y peuvent amener à des résultats légèrement différents, comptés comme justes)

4. On obtient le graphique suivant:

Solution 3

Exercice . On note M l'évènement “tomber malade” et V l'évènement “être vacciné”. Les données de l'énoncé sont: $P(M) = \frac{9}{10}$, $P(M|\overline{V}) = 1$ et $P(M|V) = \frac{2}{3}$.
1. Le couple $(V,\overline{V})$ (où $\overline{V}$ est l'évènement contraire de V) forme une partition de l'univers des évènements élémentaires et on a donc

$$P(M) \ = \ P(M|V) \times P(V) + P(M|\overline{V}) \times P(\overline{V}).$$

Comme $P(\overline{V}) = 1 - P(V)$ on trouve donc $\dfrac{9}{10} = \dfrac{2}{3} \times P(V) + 1 \times (1 - P(V))$ d'où $P(V) = 0,3$.
2. Par définition on a

$$P(V|M) \ = \ \frac{P(M|V) \times P(V)}{P(M)} \ = \ \frac{\frac{2}{3} \times 0,3}{\frac{9}{10}} \ = \ \frac{2}{9}.$$

Solution 4

1. La fonction $f_X(x)$ est une FDP si : $f_X(x) \geq 0$ pour tout x réel et $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(t)dt = 1$

- La fonction égale à 0,5 ou 0 est donc toujours positif $f_X(x) \geq 0$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(t)dt = \int_0^2 0{,}5dt = [0{,}5t]_0^2 = 1.$

Donc f_X est bien une FDP.

2. L'événement est donc « $X \geq 1$ »

$$\Pr ob(X \geq 8) = \int_1^{+\infty} f_X(t)dt = \int_1^2 0{,}5dt + \int_1^{+\infty} 0dt = 0{,}5$$

3. L'espérance mathématique est donnée par : $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} t.f_X(t)dt$

$$E(X) = \int_0^2 t.\frac{1}{2}dt = \left[\frac{t^2}{2}\right]_0^2 = 1$$

4. L'écart type s'exprime par $\sigma_X = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} (t - E(X))^2 . f_X(t)dt}$

$$\sigma_X = \sqrt{\int_0^2 \frac{(t-1)^2}{2}dt} = \sqrt{\left[\frac{(t-1)^3}{6}\right]_0^2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$