

Corrigé

Exercice n°1 : (04 points)

Tracer les différents signaux suivants :

1) $x_1(t) = 2u(t) - 1$

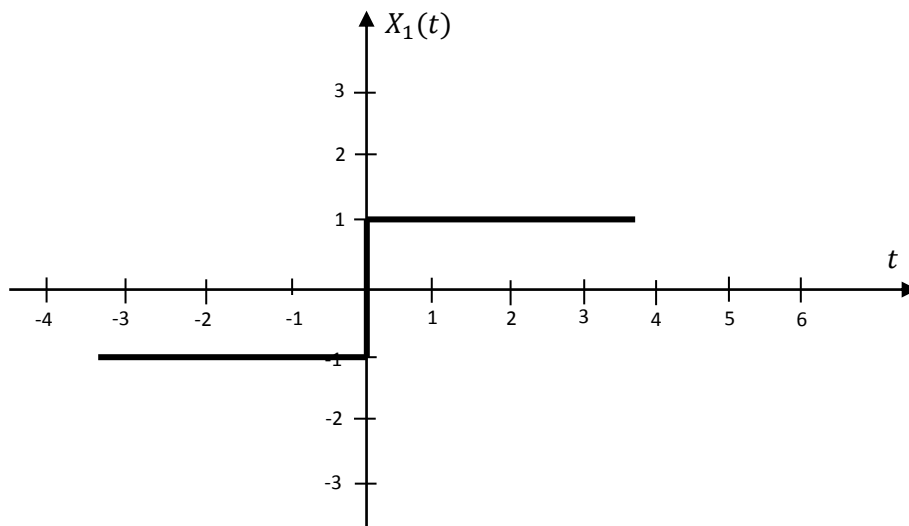
2) $x_2(t) = 2\text{sgn}(t - 1)$

3) $x_3(t) = t\text{sgn}(t - 3)$

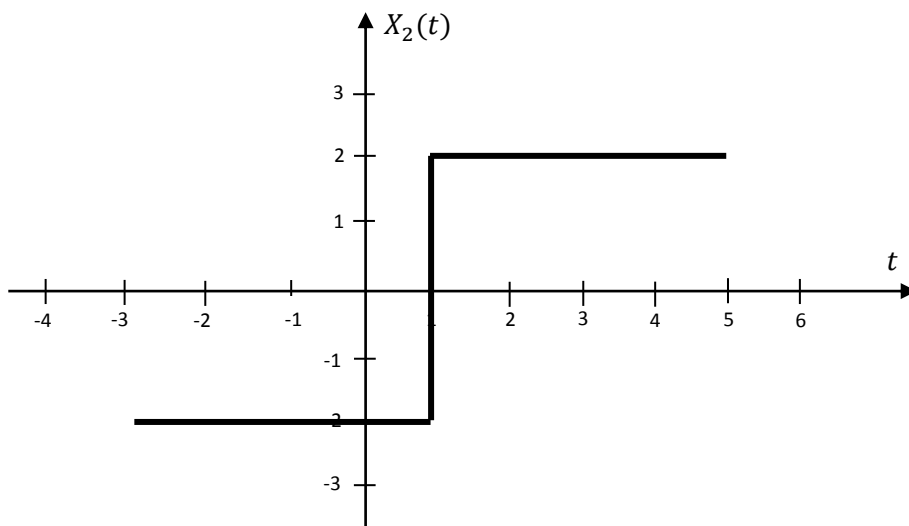
4) $x_4(t) = (t - 2)u(t + 2) - 1$

Solution

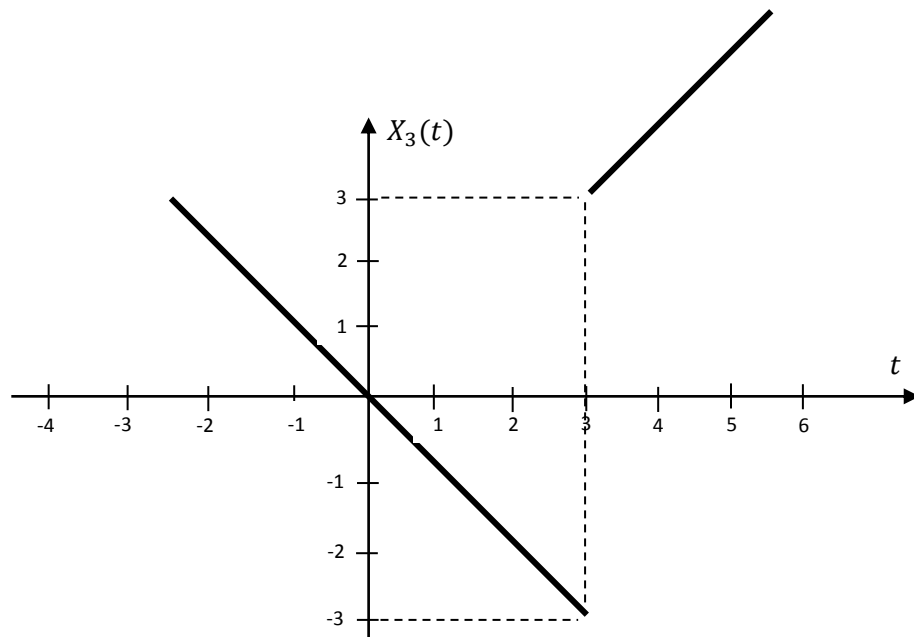
$X_1(t) = 2u(t) - 1 = \text{sgn}(t)$



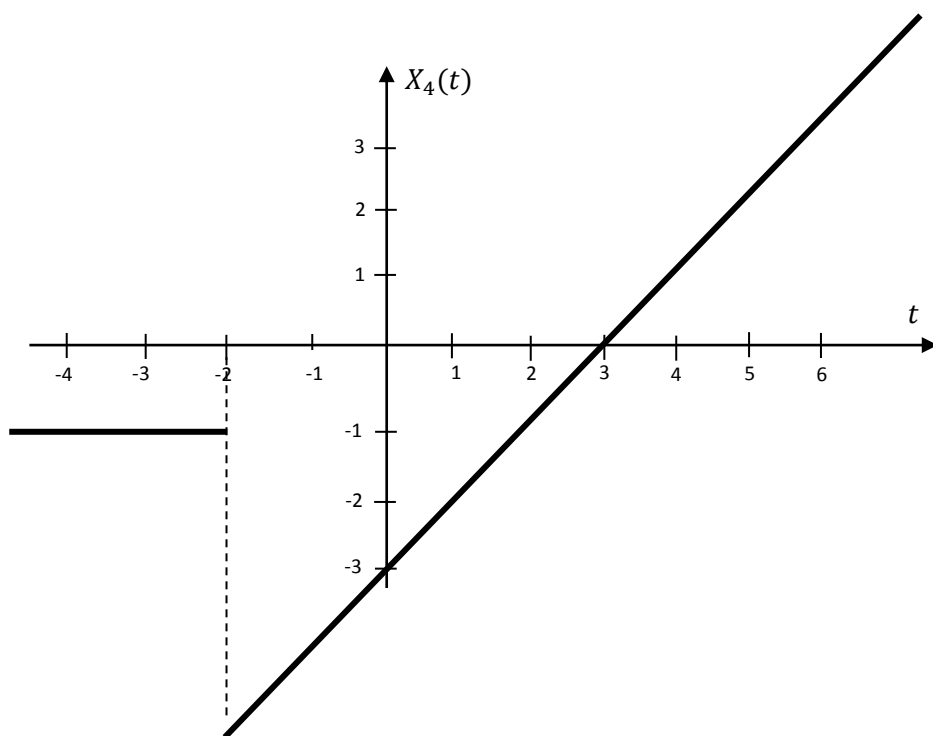
$X_2(t) = 2\text{sgn}(t - 1)$



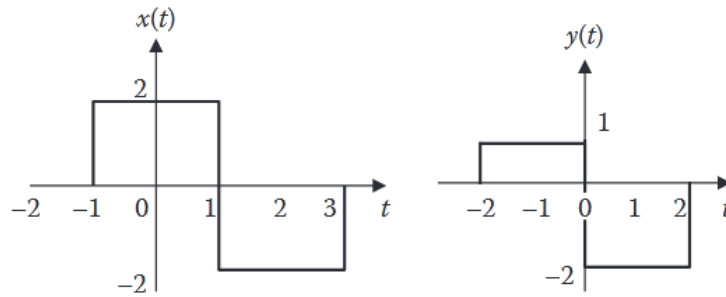
$$X_3(t) = t \operatorname{sgn}(t - 3)$$



$$X_4(t) = (t - 2)u(t + 2) - 1$$



Exercice n°2: (04 points)



Exprimer $x(t)$ et $y(t)$ en fonction simple et calculer leur dérivé.

Solution :

$$x(t) = 2u(t + 1) - 4u(t - 1) + 2u(t - 3)$$

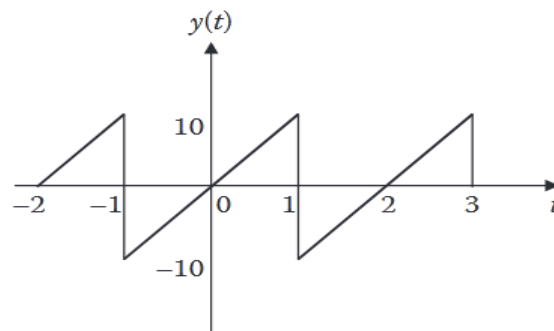
$$y(t) = u(t + 2) - 3u(t) + 2u(t - 2)$$

$$x'(t) = 2\delta(t + 1) - 4\delta(t - 1) + 2\delta(t - 3)$$

$$y'(t) = \delta(t + 2) - 3\delta(t) + 2\delta(t - 2)$$

Exercice n°3: (04 points)

Calculer les coefficients de Fourier a_0 , a_n , b_n , c_n et c_{-n} des signaux suivants :



$$z(t) = 4 + 1.8 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right) + 0.8 \sin(6\pi t)$$

Solution :

Pour le $y(t)$, $y(t)$ est impaire donc $a_0 = 0, a_n = 0$,

$$a_0 = 0, a_n = 0, c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n), c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} y(t) \sin(2n\pi f_0 t) dt$$

$$T_0 = 2, f_0 = 0.5$$

$$b_n = \frac{2}{2} \int_{-1}^{+1} 10t \sin(2n\pi f_0 t) dt$$

$$b_n = 10 \int_{-1}^{+1} t \sin(n\pi t) dt$$

Intégration par partie

$$u = t, v' = \sin(n\pi t)$$

$$u' = 1, v = -\frac{1}{\pi n} \cos(n\pi t)$$

$$b_n = 10 \left(-\frac{t}{\pi n} \cos(n\pi t) \right) \Big|_{-1}^{+1} + \frac{1}{\pi n} \int_{-1}^{+1} \cos(n\pi t) dt$$

$$b_n = -\frac{10t}{\pi n} \cos(n\pi t) \Big|_{-1}^{+1} = -\frac{10}{\pi n} (\cos(n\pi) + \cos(-n\pi)) = -\frac{20(-1)^n}{\pi n}$$

$$a_0 = 0, a_n = 0, \quad c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n), c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$$

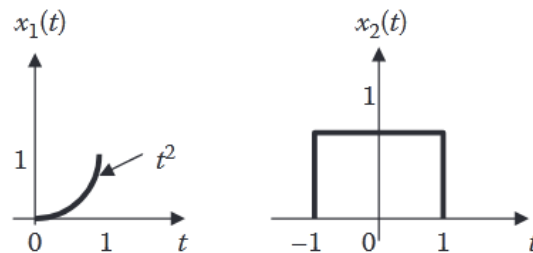
Pour le $z(t)$, $z(t) = 4 + 1.8(\cos(\pi t) \cos(\frac{\pi}{2}) - \sin(\pi t) \sin(\frac{\pi}{2})) + 0.8\sin(6\pi t)$

$$z(t) = 4 - 1.8 \sin(2 * 1 * 0.5 * \pi t) + 0.8 \sin(2 * 6 * 0.5 * \pi t)$$

$$a_0 = 8, a_n = 0, b_1 = -1.8, b_6 = 0.8, c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n), c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$$

Exercice n°4: (04 points)

Calculer le produit de convolution de $x_1(t)$ avec $x_2(t)$



Solution :

$$\text{Pour } t < -1 \quad x_1(t) * x_2(t) = 0$$

$$\text{Pour } -1 < t < 0 \quad x_1(t) * x_2(t) = \frac{(t+1)^3}{3}$$

$$\text{Pour } 0 < t < 1 \quad x_1(t) * x_2(t) = \frac{1}{3}$$

$$\text{Pour } 1 < t < 2 \quad x_1(t) * x_2(t) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3}(t-1)^3$$

$$\text{Pour } t > 2 \quad x_1(t) * x_2(t) = 0$$

Exercice n°5:(04 points)

Calculer la transformée de Fourier des fonctions suivantes :

$$x(t) = \begin{cases} 1, & t > 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \quad y(t) = \delta(t+3)$$

Solution :

$$X(f) = \frac{1}{j\pi f} \quad Y(f) = e^{+j6\pi f}$$