Université Aboubakr BELKAÏD – Tlemcen –
Faculté de Technologie
Départements de Télécommunications

M2-S3-Télécom option Systèmes de Télécoms

Janvier 2019

Matière: TS922-Partie I : Composants passifs microondes

Examen **Durée :** 1H

Problème: Jonction à quatre accès: Té hybride ou magique

Le Té hybride est une association du Té série et du Té parallèle (shunt), comme le montre la figure 1. Les accès sont numérotés de 1 à 4, le sens du champ électrique de référence sur chaque accès, ainsi que le plan P de symétrie de cette jonction sont indiqués sur cette même figure.

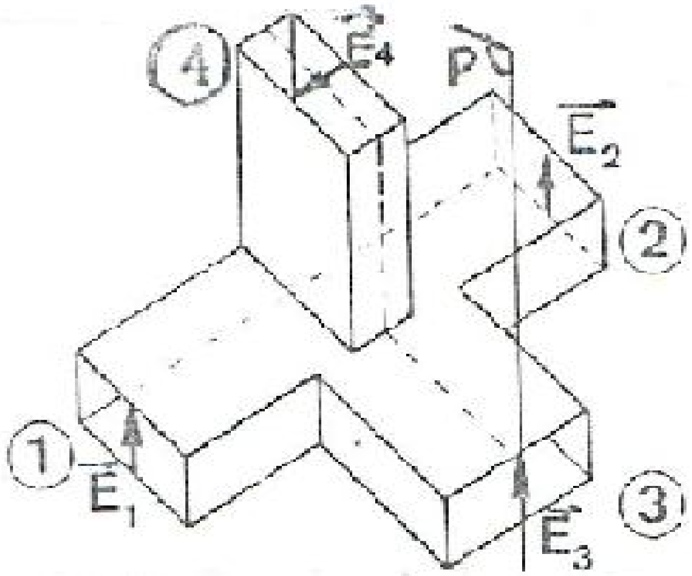

Figure 1. Structure du Té hybride

a/ Etablir la matrice [S] de cette jonction si elle est réciproque.

b/ En tenant compte de la symétrie géométrique par rapport au plan P, déduire sa nouvelle matrice de répartition en puissance. Quelle conclusion tirez-vous ?

c/ Si la jonction est sans pertes, établir les relations de la conservation d'énergie. En déplaçant les plans de référence pour rendre réel les termes de la matrice [S], montrer que l'on obtient:

$$|S_{11}+S_{12}|=|S_{33}| \ \ et \ \ |S_{11}-S_{12}|=|S_{44}|$$

Interpréter ce résultat.

On donne:

$$S_{11}S_{12}^{*}+S_{12}S_{11}^{*}=2\,\mathrm{Re}\left(S_{11}S_{12}^{*}\right)$$

$$|S_{11}-S_{12}|^{2}=|S_{11}|^{2}+|S_{12}|^{2}-2\,\mathrm{Re}\left(S_{11}S_{12}^{*}\right)$$

$$|S_{11}+S_{12}|^{2}=|S_{11}|^{2}+|S_{12}|^{2}+2\,\mathrm{Re}\left(S_{11}S_{12}^{*}\right)$$

d/ Réduction des termes de la matrice [S]: Déterminer la matrice [S] de cette jonction dans les cas particuliers suivants :

1/ $S_{33}=S_{44}=0$; 2/ $S_{33}=0$ et $S_{44}=1$

3/ $S_{33}=1$ et $S_{44}=0$; 4/ $S_{11}=S_{22}=S_{33}=1$

e/ Application :

A la fréquence 9, 275 GHz, pour un Té hybride réciproque et sans adaptation, les taux d'ondes stationnaires mesurés dans les différents accès, sont les suivants :

Accès 1 et 2 : TOS=1,3 ; Accès 3 : TOS= 4,5 ; Accès 4 : TOS= 2,6

De plus le découplage expérimental est de 40,5dB entre les accès 3 et 4 et de 7,5dB entre les accès 1 et 2.

Calculer les modules des termes de la matrice [S].

Solution de l'EMD 2.

a/ $[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix}$.

si la jonction est réciproque ⇒ $S_{ij} = S_{ji}$ $\forall i, j$ de 1 à 4.

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{12} = S_{21} \\ S_{13} = S_{31} \\ S_{14} = S_{41} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} S_{23} = S_{32} \\ S_{24} = S_{42} \\ S_{43} = S_{34} \end{cases}.$$

$$\Rightarrow [S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & S_{44} \end{bmatrix}.$$

1pt

b/ Symétrie / à P1

$(1) \longrightarrow +(2)$
$(2) \longrightarrow +(1)$
$(3) \longrightarrow +(3)$
$(4) \longrightarrow -(4)$

0,5

$$\Rightarrow \begin{cases} S_{11} = S_{22} \\ S_{33} = S_{33} \\ S_{44} = S_{44} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} S_{12} = S_{21} \\ S_{13} = S_{23} \\ S_{14} = -S_{24} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} S_{23} = S_{13} \\ S_{24} = -S_{14} \\ S_{34} = -S_{34} \Rightarrow S_{34} = 0. \end{cases}$$

1,0

$$\Rightarrow [S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & -S_{14} \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & -S_{14} & 0 & S_{44} \end{bmatrix} \quad (1)$$

0,5

c/ Conclusion : La matrice de répartition montre que les accès (3) et (4) sont totalement découplés quelque soit la fréquence.

Car $S_{34} = S_{43} = 0$

1pt

1/4

c/ Jonction sans pertes $\Rightarrow [S]^{t*}[S] = [I]$.

2pts

$$\Rightarrow \begin{cases} |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{13}|^2 + |S_{14}|^2 = 1 & (2) \\ 2|S_{13}|^2 + |S_{33}|^2 = 1 & (3) \\ 2|S_{14}|^2 + |S_{44}|^2 = 1 & (4) \\ S_{11}S_{12}^* + S_{12}S_{11}^* + |S_{13}|^2 - |S_{14}|^2 = 0 & (5) \\ S_{11}S_{13}^* + S_{12}S_{13}^* + S_{13}S_{33}^* = 0 \Rightarrow (S_{11}+S_{12})S_{13}^* + S_{13}S_{33}^* = 0 & (6) \\ S_{11}S_{14}^* - S_{12}S_{14}^* + S_{14}S_{44}^* = 0 \Rightarrow (S_{11}-S_{12})S_{14}^* + S_{14}S_{44}^* = 0 & (7) \end{cases}$$

L'équation (5) peut s'écrire :

$$2\,\mathrm{Re}(S_{11}S_{12}^*) + |S_{13}|^2 - |S_{14}|^2 = 0 \quad (5)$$

$$(2) - (5) - (4) \rightarrow |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 - |S_{44}|^2 - 2\,\mathrm{Re}(S_{11}S_{12}^*) = 0.$$

$$\Rightarrow |S_{11}|^2 + |S_{12}|^2 - 2\,\mathrm{Re}(S_{11}S_{12}^*) = |S_{44}|^2$$

Soit $\boxed{|S_{11} - S_{12}| = |S_{44}|}$ (1,0)

De même

$$(2) + (5) + (3) \Rightarrow \boxed{|S_{11} + S_{12}| = |S_{33}|} \quad (1,0)$$

Si de plus S_{13} et S_{14} sont différents de zéro, les équations (6) et (7) donnent.

$$\begin{cases} |S_{11} + S_{12}| = |S_{33}| & \text{et } \arg S_{13} = \frac{1}{2}\left(\arg(S_{11}+S_{12}) + \arg S_{33}\right) + \frac{\pi}{2} + k\pi \\ |S_{11} - S_{12}| = |S_{44}| & \text{et } \arg S_{14} = \frac{1}{2}\left(\arg(S_{11}-S_{12}) + \arg S_{44}\right) + \frac{\pi}{2} + k'\pi \end{cases}$$

Nous pouvons, tout en respectant la symétrie, déplacer les plans de référence de façon à rendre S_{11}, S_{33} et S_{44} réels et positifs. Nous avons alors :

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{ll} |S_{11} + S_{12}| = S_{33} & (8) \\ |S_{11} - S_{12}| = S_{44} & (9) \end{array}} \quad (1,0)$$

Interprétation du résultat :

2pt

On remarque que : si on alimente les accès (1) et (2) et adapte les accès (3) et (4) : alors on obtient la somme des signaux (1) et (2) dans l'accès (3) et leur différence dans l'accès (4). [illegible] peut être exploitée pour réaliser des mélangeurs – 2/4 d/ 1°/ $S_{33}=S_{44}=0$

$\Downarrow$

$S_{12}=0$

$S_{11}=0$) d'après (2) et (5)

$|S_{14}|=\frac{1}{\sqrt{2}}$ d'après (4)

$|S_{13}|=\frac{1}{\sqrt{2}}$ d'après (3)

on peut rendre réel S_{13} et S_{14} ⇒ $S_{13}=\frac{1}{\sqrt{2}}=S_{14}$

$$\Rightarrow [S_1]=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1pt

2/ $S_{33}=0$ et $S_{44}=1$.

~~⇒ $S_{14}=0$ d'après (4)~~

~~$S_{11}=\frac{1}{2}$ d'après (5)~~

~~$S_{12}=\frac{1}{2}$ (car $S_{12}=S_{11}$)~~

(3) ⇒ $|S_{13}|=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⇒ $\boxed{S_{13}=\frac{1}{\sqrt{2}}}$

⇒ $\boxed{|S_{14}|=0}$ d'après (4)

or $|S_{11}+S_{12}|=S_{33}=0$ ⇒ $S_{11}=S_{12}$

et $|S_{11}-S_{12}|=2S_{11}=S_{44}=1$ ⇒ $\boxed{S_{11}=\frac{1}{2} \text{ et } S_{12}=-\frac{1}{2}}$

$$\Rightarrow [S_2]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & -1 & \sqrt{2} & 0 \\ -1 & 1 & \sqrt{2} & 0 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

1pt

3/ $S_{33}=1$ et $S_{44}=0$

(4) ⇒ $|S_{14}|=\frac{1}{\sqrt{2}}$ ⇒ $\boxed{S_{14}=\frac{1}{\sqrt{2}}}$.

et $|S_{11}-S_{12}|=S_{44}=0$ ⇒ $\boxed{S_{11}=S_{12}}$.

(3) ⇒ $\boxed{S_{13}=0}$

on a également : $|S_{11}+S_{12}|=S_{33}=1$ ⇒ $2S_{11}=2S_{12}=1$

⇒ $\boxed{S_{11}=S_{12}=\frac{1}{2}}$

$$[S_3]=\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & 0 & -\sqrt{2} \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ \sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1pt

3/4

4/ $S_{11} = S_{22} = S_{33} = 1 \Rightarrow S_{12} = S_{13} = S_{14} = 0$

$$\Rightarrow [S_4] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad 1p$$

e/ Application :

$f = 9,275\ GHz$.

Termes : Accès (1) et (2) $\Rightarrow$ TOS = 1,3

Accès (3) $\Rightarrow$ TOS = 4,5

Accès (4) $\Rightarrow$ TOS = 2,6

on a : la relation qui lie le coef de réflexion S_{ii} au TOS de cet accès

soit $|S_{ii}| = \dfrac{TOS - 1}{TOS + 1}$ 1pt

$$\Rightarrow |S_{11}| = |S_{22}| = \frac{1,3 - 1}{1,3 + 1} = \frac{0,3}{2,3} = \frac{3}{23} = \boxed{0,13 = |S_{11}| = |S_{22}|}$$

$$|S_{33}| = \frac{4,5 - 1}{4,5 + 1} = \frac{3,5}{5,5} = \frac{35}{55} = \boxed{0,64 = |S_{33}|} \quad 1pt$$

$$|S_{44}| = \frac{2,6 - 1}{2,6 + 1} = \frac{1,6}{3,6} = \frac{16}{36} = \boxed{0,44 = |S_{44}|} \quad 1pt$$

on a également le couplage : $C = -20 \log |S_{ij}|$

soit $-20 \log |S_{12}| = 7,5\ dB \Rightarrow |S_{12}| = 10^{\frac{-7,5}{20}} \simeq 0,423$ 1pt

$-20 \log |S_{34}| = 40,5\ dB \Rightarrow |S_{34}| = 10^{\frac{-40,5}{20}} \simeq 0,01$ 1pt

$$\Rightarrow \boxed{\begin{matrix} |S_{12}| = 0,423 \\ |S_{34}| \simeq 0,01 \end{matrix}}$$

4/4