

**Examen Théorie du champ électromagnétique**

(Les téléphones portables ne sont pas autorisés.)

**Exercice 1:** (08 pts)

a) Une spire conductrice ( $C_1$ ) (circuit en forme de cercle), de rayon  $R_1$  et de centre O est parcourue par un courant  $i_1$ .

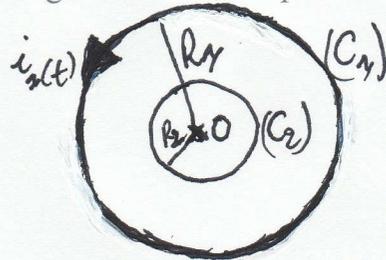
Calculer le champ d'induction magnétique au centre O.

b) Soit une seconde spire conductrice ( $C_2$ ), de rayon  $R_2$  et de même centre O.

$R_2$  est suffisamment petit pour que le champ magnétique  $B_1$  créé par  $i_1$  circulant dans ( $C_1$ ) soit supposé uniforme au voisinage de ( $C_2$ ). ( $C_2$ ) n'est pas alimentée par un générateur électrique et sa résistance est  $R$ .

Si le courant dans ( $C_1$ ) est  $i_1(t) = I_0 \cos(\omega t)$

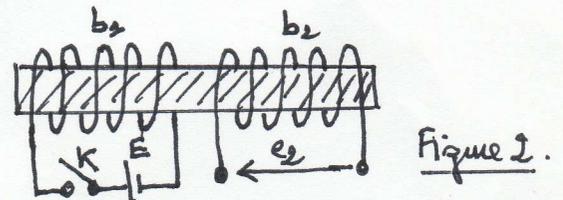
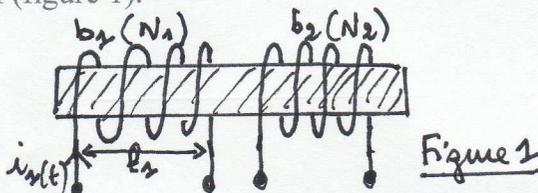
- Déterminer le courant induit  $i_2$  dans ( $C_2$ ).
- Quel est le sens de  $i_2(t)$ , pour  $t$  entre 0 et  $\pi/2\omega$ .



**Exercice 2** (07 pts)

a) Le champ d'induction magnétique crée par une bobine parcourue par un courant  $I$  est :  $B = \mu_0 (N/L) I$ .  $N$  étant le nombre de spires et  $L$  la longueur de la bobine.

Soient deux bobines  $b_1$  et  $b_2$  de même section enroulées sur un barreau ferromagnétique de perméabilité  $\mu_r$ . Si  $b_1$  est parcourue par un courant  $i_1(t)$ , trouvez l'expression de l'inductance mutuelle  $M$  (figure 1).



b) Soit le montage suivant (figure 2) dans lequel  $b_1$  peut être alimentée par un générateur  $E$ . Initialement, l'interrupteur  $K$  est fermée.

- Si on ouvre l'interrupteur, calculer la valeur de la force électromotrice induite dans la bobine 2.
- Citer une application pratique de ce système.

AN:  $N_1 = 400$  spires,  $N_2 = 20000$  spires, résistance de  $b_1 = 5\Omega$ , section des bobines =  $1 \text{ cm}^2$ ,  $\mu_r = 1000$ ; durée d'ouverture de  $K = 2 \text{ ms}$ ;  $E = 12 \text{ V}$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ ;  $l_2 = 4 \text{ cm}$ .

**Questions de cours:** (05 pts)

- 1- Expliquez le principe de fonctionnement d'une sonde à effet Hall.
- 2- Pour une distribution volumique de charges, trouver la première équation de Maxwell à partir du théorème de Gauss.

# Correction Examen "Théorie du Champ EM"

## (ES 522)

Janvier 2019.

### Exercice 1 : [08pts]

a) 
$$dB_{(0)} = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi} \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{R}_2}{R_1^3}$$

$$= \frac{\mu_0 i_1 dl \cdot R_1}{4\pi \cdot R_1^3} = \frac{\mu_0 i_1 dl}{4\pi R_1^2}$$

$$\Rightarrow B_{(0)} = \frac{\mu_0 i_1}{4\pi R_1^2} \int_0^{2\pi R_1} dl = \frac{\mu_0 i_1(t)}{2R_1} \quad [02pts]$$

b) Flux à travers  $C_2$ :  $\Phi_{(C_2)} = \iint \vec{B}_0 \cdot d\vec{s}$

$$= \iint B_0 \cdot dS = B_0 (\pi R_2^2)$$

$$= \frac{\mu_0 i_1(t)}{2R_1} \times \pi R_2^2 = \frac{\mu_0 \pi R_2^2}{2R_1} I_0 \cos \omega t \quad [02pts]$$

$$\Rightarrow e_{(C_2)} = - \frac{d\Phi_{(C_2)}}{dt} = + \frac{\mu_0 \pi R_2^2 I_0 \omega}{2R_1} \sin \omega t \quad [01pt]$$

$$\text{et } i_{(C_2)} = \frac{e_{(C_2)}}{R} = \frac{\mu_0 \pi R_2^2 I_0 \omega}{2R_1 R} \sin \omega t \quad [01pt]$$

Entre 0 et  $\frac{\pi}{2\omega}$ ,  $i_1(t)$  est  $> 0$  et décroissant et  $i_2(t)$  est  $> 0$  croissant. [02pts]

### Exercice 2 : [07pts]

a)  $i_1(t) \rightarrow \phi_1(t) \rightarrow \phi_2(t) = \phi_1(t)$   
( $k=1$ ).

$$|e_2| = N_2 \frac{d\phi_2}{dt} = N_2 \frac{d\phi_1}{dt}$$

$$\phi_1 = B_1 S = \mu \frac{N_1}{l_1} i_1(t) \cdot S$$

$$\Rightarrow |e_2| = N_2 \mu \frac{N_1}{l_1} S \frac{di_1(t)}{dt}$$

$$\Rightarrow M = \mu \frac{N_1 N_2 S}{l_1} \quad [02pts]$$

b) Quand on ouvre  $K$ , la tension aux bornes de la bobine  $b_2$  passe de 0 à :

$$e_2 = N_2 \frac{\Delta \phi_2}{\Delta t} = N_2 \frac{\Delta \phi_1}{\Delta t}$$

$$e_2 = M \frac{\Delta I}{\Delta t} \quad [03pts]$$

AN:

$$M = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 1000 \times 400 \times 20.000 \times 10^{-4}}{4 \cdot 10^{-2}}$$

$$M = 8\pi \text{ Henry.}$$

$$\Delta I = \frac{12}{5} - 0$$

$$\Delta t = 2 \cdot 10^{-3} \text{ s} \quad [01pt]$$

$$\Rightarrow e_2 = 30.000 \text{ Volts.}$$

Application : [01pt]

- La bobine  $b_2$  est reliée aux bougies d'allumage d'une automobile. L'étincelle obtenue amorce l'explosion du mélange air/essence.

Questions de cours : (05pts)

Voir Cours.