

Examen PFF

Durée : 1h30

Les documents sont autorisés.

Tous les détails de calcul doivent être mentionnés.

Exercice :

Soit un montant de mur en profilé en C à bords tombés formés à froid et sollicité en compression. Les dimensions de la section transversale et les propriétés du matériau sont les suivantes :

Hauteur totale : $h = 100 \text{ mm}$

Largeur totale de la semelle : $b = 40 \text{ mm}$

Largeur totale du rebord : $c = 15 \text{ mm}$

Rayon intérieur des arrondis : $r = 3 \text{ mm}$

Épaisseur nominale : $t_{nom} = 1 \text{ mm}$

Épaisseur nominale du métal nu : $t = 0.96 \text{ mm}$

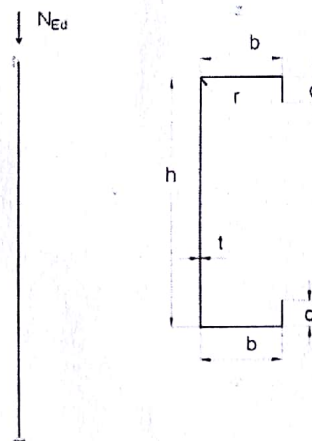
Limite d'élasticité de base : $f_{yb} = 350 \text{ N/mm}^2$

Module d'élasticité : $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2$

Coefficient de Poisson : $\nu = 0.3$

Module de cisaillement : $G = 81\,000 \text{ N/mm}^2$

Coefficients partiels : $\gamma_{M0} = 1.0$ et $\gamma_{M1} = 1.0$



1. Vérifier les conditions d'applicabilité de la méthode de l'EN 1993-1-3 pour le dimensionnement par calcul. (4pts)
2. Calculer les propriétés de la section brute suivantes (02pts) :
 - Aire brute (A_{br}) et
 - La position de l'axe z-z par rapport à l'âme (y_c).
3. Calculer les propriétés de la section efficace suivantes (11pts) :
 - Aire efficace (A_{eff}),
 - La position de l'axe z-z par rapport à l'âme ($y_{c,eff}$),
 - Le module de résistance pour la flexion par rapport à l'axe faible ($W_{eff,z,com}$).

Adopter une section transversale efficace sans tenir compte de la procédure itérative permettant d'affiner la valeur du coefficient de réduction pour le flambement du raidisseur.
4. Vérifier la résistance de la section transversale à l'ELU, sachant que la charge concentrée appliquée sur le montant (compression seule) est de $N_{Ed} = 25.3 \text{ KN}$. (03pts)

Bon courage

Corrigé Type de l'examen PFF

M2_GM912_CMM. (2018/19)

Exercice :

1/ Les dimensions de la ligne moyenne de la section sont les suivantes? (1pt)

* Hauteur de l'âme $h_p = h - t_{nom} = 100 - 1 = 99 \text{ mm}$

* largeur de la semelle (sup. et inf.)

$$b_p = b - t_{nom} = 40 - 1 = 39 \text{ mm.}$$

* largeur du bord tombé $c_p = c - \frac{t_{nom}}{2} = 15 - \frac{1}{2} = 14,5 \text{ mm}$

Vérification des proportions géométriques

La méthode de calcul de l'EN 1993-1-3 peut être appliquée si les conditions suivantes sont satisfaites: (1pt)

$$b/t \leq 60 \quad b/t = \frac{40}{0,96} = 41,66 < 60 \quad \text{OK.}$$

$$c/t \leq 50 \quad c/t = \frac{15}{0,96} = 15,63 < 50 \quad \text{OK.}$$

$$h/t \leq 500 \quad h/t = \frac{100}{0,96} = 104,17 < 500 \quad \text{OK.}$$

Pour assurer une rigidité suffisante et pour éviter le flambement du raidisseur de bord, les dimensions de ce dernier devraient être comprises entre les valeurs suivantes: (1pt)

$$0,2 \leq c/b \leq 0,6 \quad c/b = \frac{15}{40} = 0,375$$

$$0,2 \leq 0,375 \leq 0,6 \quad \text{OK}$$

L'influence des arrondis est négligé (1pt)

$$r/t \leq 5 \quad r/t = \frac{3}{0,96} = 3,125 < 5 \quad \text{OK.}$$

$$r/b_p \leq 0,10 \quad r/b_p = \frac{3}{39} = 0,077 < 0,10 \quad \text{OK}$$

2/ Propriétés de la section brute

* Abr

$$A_{br} = t(2c_p + 2b_p + h_p)$$

$$= 0,96(2 \times 14,5 + 2 \times 39 + 99)$$

$$A_{br} = 197,76 \text{ mm}^2$$

(1pt)

* y_c

$$y_c = \frac{((c_p \times t) b_p + (b_p \times t) \frac{b_p}{2}) \times 2}{A_{br}}$$

$$y_c = \frac{((14,5 \times 0,96) \times 39 + (39 \times 0,96) \frac{39}{2}) \times 2}{197,76}$$

$$y_c = 12,87 \text{ mm}$$

(1pt)

3/ Calcul des propriétés de la section efficace:

* Propriétés de la section efficace des semelles et des bords comprimés

Première étape:

- largeur efficace des semelles comprimées:

Le rapport de contraintes $\psi = 1$ (comp. uniforme), donc le coef. de flambement est $k_{\sigma} = 4$

(Pour un élément interne en compression)

$$\epsilon = \sqrt{\frac{235}{\sigma_{yk}}}$$

L'élanement réduit

$$\bar{\lambda}_{p1b} = \frac{b_p/t}{28,9 \epsilon \sqrt{k_{\sigma}}} = \frac{39/0,96}{28,9 \times \sqrt{\frac{235}{350}} \times \sqrt{4}} = 0,873$$

$$0,873 > 0,5 + \sqrt{0,055 - 0,055 \psi} = 0,63$$

Le coef. de réduction de la largeur est

$$\chi = \frac{\bar{\lambda}_{p1b} - 0,055(3+4)}{\bar{\lambda}_{p1b}^2} = \frac{0,873 - 0,055(3+1)}{0,873^2}$$

$$\chi = 0,857$$

1/3

La largeur efficace est :

$$b_{eff} = \varphi \cdot b_p = 0,877 \times 39 = 33,4 \text{ mm}$$

$$b_{e11} = b_{e12} = 0,5 b_{eff} = 0,5 \times 33,4 = 16,7 \text{ mm}$$

Largeur efficace du bord tombé

Le coef. de flambement est :

Si $b_{p,c}/b_p \leq 0,35 \rightarrow K_{\sigma} = 0,5$

Si $0,35 < b_{p,c}/b_p \leq 0,6 \rightarrow K_{\sigma} = 0,5 + 0,83 \sqrt{(b_{p,c}/b_p - 0,35)^2}$

$$b_{p,c}/b_p = 14,5/39 = 0,37$$

$$K_{\sigma} = 0,5 + 0,83 \sqrt{(14,5/39 - 0,35)^2} = 0,565$$

l'élancement réduit

$$\bar{\lambda}_{p,c} = \frac{c_p/k}{28,9 \sqrt{K_{\sigma}}} = \frac{14,5/0,96}{28,9 \sqrt{\frac{235}{350} \cdot 0,565}}$$

$$\bar{\lambda}_{p,c} = 0,864 > 0,740$$

le coef. de réduction de la largeur est :

$$\varphi = \frac{\bar{\lambda}_{p,c} - 0,188}{\bar{\lambda}_{p,c}^2} = \frac{0,864 - 0,188}{0,188} = 0,905$$

La largeur efficace est :

$$C_{eff} = \varphi \cdot c_p = 14,5 \times 0,905 = 13,12 \text{ mm}$$

aire efficace du bord :

$$A_{31} = A_{32} = t(b_{e12} + C_{eff}) = 0,96(16,7 + 13,12)$$

$$A_{31} = A_{32} = 28,63 \text{ mm}^2$$

Deuxième étape :

Détermination des coef. de réduction χ_d .

La contrainte critique de flambement élastique du raidisseur de bord est :

$$\sigma_{cr,s} = \frac{2 \sqrt{K E I_s}}{A_3}$$

Pour le raidisseur du bord supérieur, la rigidité élastique du support est :

$$K_1 = \frac{E t^3}{4(1-\nu^2)} \frac{1}{b_1^2 h_p + b_1^3 + 0,5 b_1 b_2^2 h_p K_f}$$

$$b_1 = b_p - \frac{b_{e12} t + b_{e12}/2}{(b_{e12} + C_{eff}) t} = 39 - \frac{16,7 \times 0,96 \times \frac{16,7}{2}}{(16,7 + 13,12) \times 0,96}$$

$$b_1 = b_2 = 34,32 \text{ mm}$$

$$K_f = \frac{A_{32}}{A_{31}} = \frac{28,63}{28,63} = 1$$

$$K_1 = \frac{210000 \times 0,96^3}{4(1-0,3^2)} \frac{1}{34,32^2 \times 96 + 34,32^3 + 0,5 \times 34,32^2 \times 96 \times 1}$$

$$K_1 = 0,237 \text{ N/mm}^2$$

Le moment d'inertie efficace :

$$I_{s1} = \frac{b_{e12} t^3}{12} + \frac{C_{eff}^3 t}{12} + b_{e12} t \times \left[\frac{C_{eff}^2}{2(b_{e12} + C_{eff})} \right]^2 + C_{eff} t \times \left[\frac{C_{eff} t}{2} - \frac{C_{eff}^2}{2(b_{e12} + C_{eff})} \right]^2$$

$$I_{s1} = 485,45 \text{ mm}^4$$

ainsi, la contrainte critique de flambement élastique pour le raidisseur du bord supérieur est

$$\sigma_{cr,s1} = \frac{2 \sqrt{0,237 \times 210000 \times 485,45}}{28,63}$$

$$\sigma_{cr,s1} = 343,37 \text{ N/mm}^2$$

Coef. de réduction de l'épaisseur χ_d pour le raidisseur de bord :

Pour le raidisseur du bord supérieur :

l'élancement réduit :

$$\bar{\lambda}_{d1} = \sqrt{b_{y1}/\sigma_{cr,s1}} = \sqrt{350/343,37} = 1,0096$$

le Coef. de réduction sera :

si $\bar{\lambda}_d \leq 0,65$ $\chi_d = 1,0$

si $0,65 < \bar{\lambda}_d \leq 1,38$ $\chi_d = 1,47 - 0,723 \bar{\lambda}_d$

si $\bar{\lambda}_d > 1,38$ $\chi_d = \frac{0,66}{\bar{\lambda}_d}$

$0,65 < \bar{\lambda}_d = 1,009 < 1,38$ (0,5pt)

donc $\chi_d = 1,47 - 0,723 \times 1,0096 = 0,74$

Etant donné que la troisième étape est négligée, les valeurs finales sont :

Pour le raidisseur du bord sup. et inf.

$\chi_{d1} = \chi_{d2} = 0,74$

$b_{r12} = b_{r2} = b_{r1} = b_{r2} = 16,7 \text{ mm}$

$C_{eff1} = C_{eff2} = 13,12 \text{ mm}$

$t_{red,1} = t_{red,2} = 0,96 \times 0,74 = 0,71 \text{ mm}$

Propriétés de la section efficace de l'âme.

Le rapport de contraintes $\chi = 1$ (comp. uniforme),

donc le coef. de flambement est $K_s = 4$

(pour un élément comprimé).

$\epsilon = \sqrt{235 / \sigma_{yk}}$

L'éclatement réduit

$\bar{\lambda}_{p,h} = \frac{h_{pl} t}{2814 \epsilon \sqrt{K_s}} = \frac{99 / 0,96}{2814 \sqrt{235 / 350} \sqrt{4}} = 2,216$

le Coef. de réduction de la largeur est :

$\varphi = \frac{\bar{\lambda}_{p,h} - 0,055(3+\varphi)}{\bar{\lambda}_{p,h}^2} = \frac{2,216 - 0,055(3+1)}{2,216^2}$

$\varphi = 0,406$. Ainsi,

$h_{eff} = \varphi \cdot h_p = 0,406 \times 99 = 40,194 \text{ mm}$

$h_{e1} = h_{e2} = 0,5 \times 40,194 = 20,1 \text{ mm}$ (1pt)

$A_{eff} = t [b_{e11} + b_{e21} + h_{e1} + h_{e2} + (b_{e12} + C_{eff1}) \chi_d + (b_{e22} + C_{eff2}) \chi_d]$

$A_{eff} = 112,27 \text{ mm}^2$ (1pt)

$y_{c,eff} = \frac{S_{T,eff}}{A_{eff}} = \frac{1721,93}{112,27} = 15,34 \text{ mm}$ (1pt)

$w_{eff,z,c} = \frac{I_{eff,z}}{y_{c,eff}} = \frac{28008,66}{15,34} = 1825,86 \text{ mm}^3$ (2pt)

Vérification de la résistance de la section transversale.

le critère suivant doit être satisfait :

$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{M_{c,z,Rd,com}} \leq 1$

ou

$N_{c,Rd} = A_{eff} \cdot \sigma_{yk} / \gamma_{Mo}$ (0,5pt)

$M_{c,z,Rd,com} = w_{eff,z,c} \cdot \sigma_{yk} / \gamma_{Mo}$ (0,5pt)

$\Delta M_{z,Ed} = N_{Ed} \cdot e_{nz}$ (0,5pt)

e_{nz} est le décalage de l'axe $z-z$.

$M_{z,Ed} = 0$ (0,5pt)

$e_{nz} = y_{c,eff} - y_c = 15,34 - 14,88 = 0,46 \text{ mm}$ (0,5pt)

La vérification de la résistance est :

$\frac{25300}{112,27 \times 350 / 1} + \frac{0 + 25300 \times 0,46}{1825,86 \times 350 / 1} = 0,74 < 1 - \text{OK}$ (0,5pt)