Université Abou-Bekr BELKAID
Faculté de Technologie
Département de Génie Biomédical

Année Universitaire 2018-2019

Examen en traitement du signal

M1 Informatique biomédicale

(Correction)

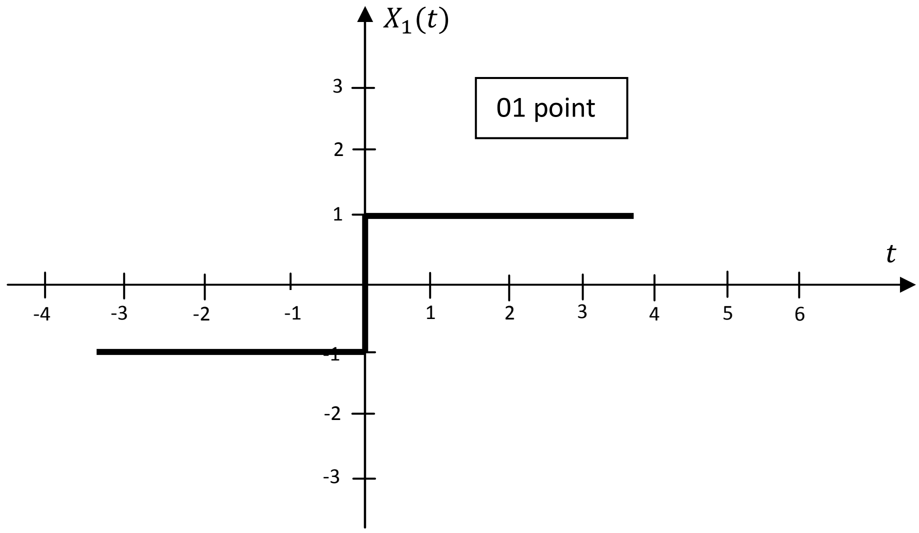
Exercice n°1 : (04 points)

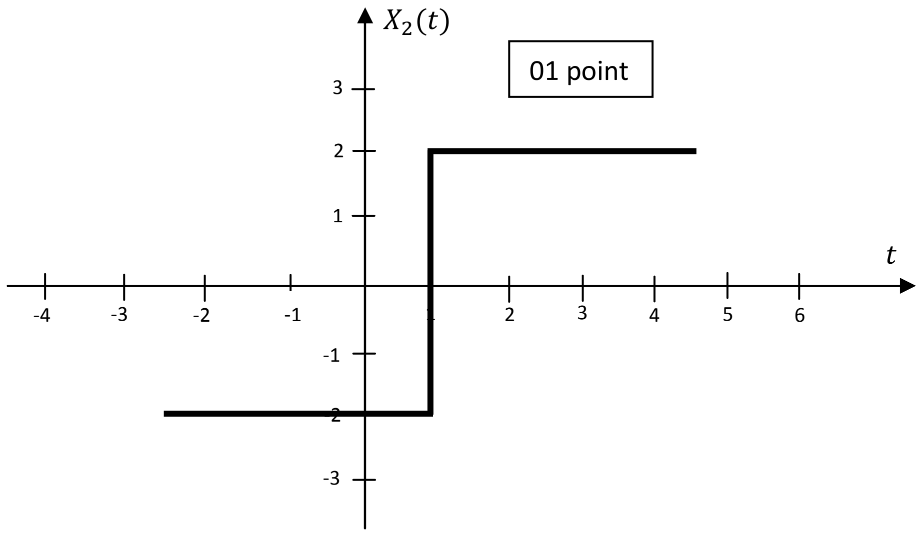
Tracer les différents signaux suivants :

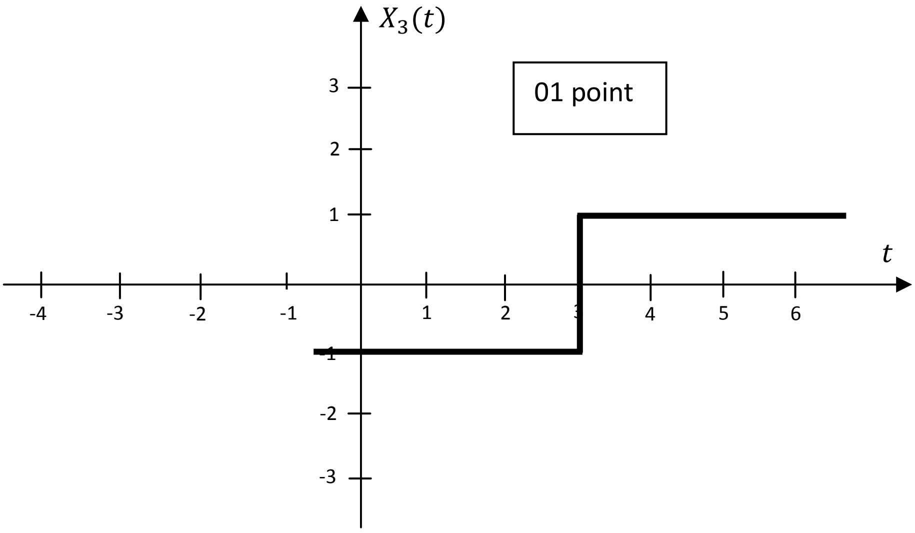
$X_1(t) = 2u(t) - 1$; $X_2(t) = 2sgn(t-1)$;

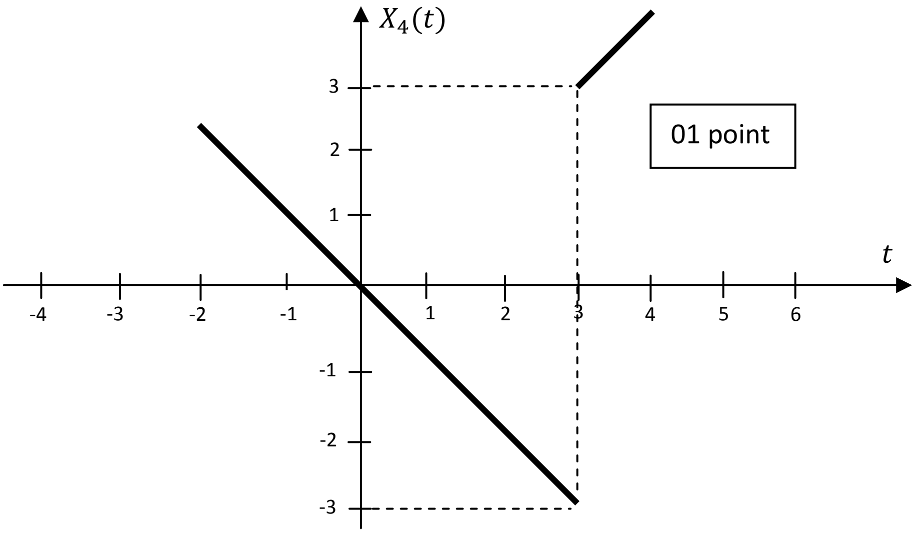
$X_3(t) = sgn(t-3)$; $X_4(t) = tsgn(t-3)$

Solution :









Exercice n°2: (04 points)

1) Déterminer la transformée de Fourier de la fonction suivante :

$$x_1(t) = t\pi_1(t)$$

2) Décomposer en série de Fourier la fonction suivante :

$$x_2(t) = 1 + \cos(2\pi[3f_0]t) + \sin(2\pi[5f_0]t)$$

Solution :

1) (02 points)

$$X(f) = \int_{-0.5}^{0.5} te^{-j2\pi ft}dt$$

$$u = t \Rightarrow u' = 1$$

$$v' = e^{-j2\pi ft} \Rightarrow v = -\frac{1}{j2\pi f}e^{-j2\pi ft}$$

$$X(f) = -\frac{t}{j2\pi f}e^{-j2\pi ft}\Big|_{-0.5}^{0.5} + \frac{1}{j2\pi f}\int_{-0.5}^{0.5} e^{-j2\pi ft}dt$$

$$X(f) = -\frac{1}{j4\pi f}e^{-j\pi f} - \frac{1}{j4\pi f}e^{j\pi f} + \frac{1}{4\pi^2 f^2}(e^{-j\pi f} - e^{j\pi f})$$

$$X(f) = -\frac{1}{j2\pi f}\cos(\pi f) - \frac{j2}{4\pi^2 f^2}\sin(\pi f)$$

$$X(f) = -\frac{1}{j2\pi f}\cos(\pi f) + \frac{1}{j2\pi^2 f^2}\sin(\pi f)$$

$$X(f) = \frac{1}{j2\pi f}(\mathrm{sinc}(\pi f) - \cos(\pi f))$$

2) (02 points)

$$x_2(t) = 1 + \cos(2\pi[3f_0]t) + \sin(2\pi[5f_0]t)$$

$$a_0 = 2 \qquad a_3 = 1 \qquad b_5 = 1$$

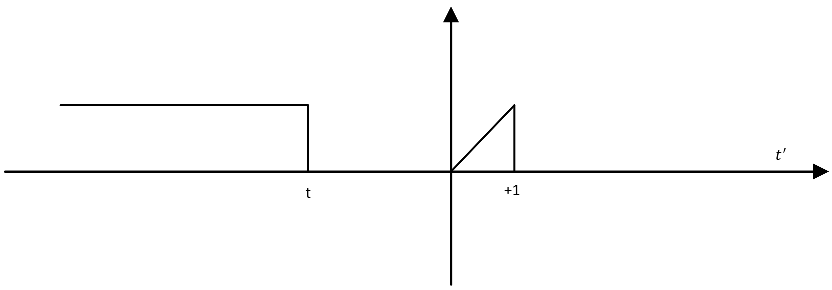
<u>Exercice n°3: (04 points)</u>

Soit les deux signaux suivants :

$$x(t) = \begin{cases} t & pour \quad 0 \leq t \leq 1 \\ 0 & \qquad ailleurs \end{cases}$$

$$y(t) = u(t)$$

Déterminez le produit de convolution de ces deux signaux.



$$Soit\ z(t) = x(t) \otimes y(t)$$

$pour\ t < 0; z(t) = 0$

$$pour\ 0 \leq t < 1; z(t) = \int_0^t t'dt' = \frac{1}{2}t^2$$

$$pour\ t \geq 1; z(t) = \int_0^1 t'dt' = \frac{1}{2}$$

<u>Exercice n°4:(04 points)</u>

Pour des conditions initiales nulles, et en utilisant la transformée de Laplace, trouver la solution des équations différentielles suivantes :

$$y_1{}' - 3y_1 = e^{-t} \qquad (02\ points)$$

$$y_2{}'' + 2y_2{}' - 3y_2 = u(t) \qquad (02\ points)$$

<u>Solution :</u>

$$y_1{}' - 3y_1 = e^{-t}$$

$$pY_1(p) - 3Y_1(p) = \frac{1}{p+1}$$

$$Y_1(p) = \frac{1}{(p+1)(p-3)}$$

$$Y_1(p) = \frac{A}{p+1} + \frac{B}{p-3}$$

$$y_1(t) = Ae^{-t} + Be^{+3t}$$

$$y_2{}'' + 2y_2{}' - 3y_2 = u(t)$$

$$p^2Y_2(p) + 2pY_2(p) - 3Y_2(p) = \frac{1}{p}$$

$$(p^2 + 2p - 3)Y_2(p) = \frac{1}{p}$$

$$Y_2(p) = \frac{1}{p}\frac{1}{(p^2+2p-3)} = \frac{1}{p(p-1)(p+3)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p-1} + \frac{C}{p+3}$$

$$y_2(t) = Au(t) + Be^{+t} + Ce^{-3t}$$

<u>Exercice n°5:(04 points)</u>

Calculer la transformée de Laplace inverse des fonctions suivantes :

$$F_1(p) = \frac{1}{p}\frac{1}{(p+2)}$$

$$F_2(p) = \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$$

Solution :

$$F_1(p) = \frac{1}{p}\frac{1}{(p+2)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p+2}$$

$$f_1(t) = Au(t) + Be^{-2t}$$

$$F_2(p) = \frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$$

$$f_2(t) = e^{-at}\sin(\omega t)$$