Université de Tlemcen
Faculté de Technologie
Département de GBM
1ère année LMD GBM

Mercredi 14/01/2019
Durée : 1h 30min
Responsables : Mme B.BENABADJI
Mr F.RAHMOUNE

Corrigé de l'examen final de PHYSIQUE 1

Exercice 1 :

Exercice 1: (4pts).

1. $C_x = \dfrac{f}{S.\rho_0.V^2}$ $\Rightarrow$ $[C_x] = \dfrac{[f]}{[S.\rho_0.V^2]}$.

$[f] : MLT^{-2}$ 0,25/

$[S] = L^2$ 0,25/

$[\rho_0] = ML^{-3}$ 0,25/

$[V] = LT^{-1}$ 0,25/

$\Rightarrow [C_x] = \dfrac{MLT^{-2}}{L^2 . ML^{-3} . L^2T^{-2}}$

$[C_x] = \dfrac{MLT^{-2}}{MLT^{-2}} = 1$. 0,5/

C_x est un coefficient (constante) sans dimension qui n'a pas d'unité. 0,5/

une grandeur constante est un paramètre indépendant de la loi et qui reste constant au cours de l'évolution du système. 0,5/

une grandeur sans dimension est une grandeur dont la dimension est égale à 1.

0,5/

Ex : grandeur constante : G : const. de gravitation
0,25/ c : vitesse de la lumière
e : charge de l'électron

grandeur sans dimension : densité
angle plan.
0,25/ coefficient de frottement
indice de réfraction

Ex d'1 gr. cste et sans dimension
$\pi = 3,14$. (. 0,5/

Exercice 2 :

1 -
$$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \\ z = z \end{cases}$$

2 -
$$\begin{cases} \vec{u_\rho} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j} \\ \vec{u_\theta} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j} \\ \vec{u_z} = \vec{k} \end{cases}$$

3 - $\vec{OM} = \rho\,\vec{u_\rho}$

4 - $\vec{V} = \dfrac{d\vec{OM}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\rho\vec{u_\rho}\right) = \dot\rho\,\vec{u_\rho} + \rho\,\dfrac{d\vec{u_\rho}}{dt}$

$$\vec{V} = \dot\rho\,\vec{u_\rho} + \rho\,\underbrace{\frac{d\vec{u_\rho}}{d\theta}}_{\vec{u_\theta}=}\cdot\frac{d\theta}{dt} = \omega = \dot\theta$$

$$\vec{V} = \dot\rho\,\vec{u_\rho} + \rho\dot\theta\,\vec{u_\theta}$$

5 - $\vec\gamma = \dfrac{d\vec{V}}{dt} = \dfrac{d}{dt}\left(\dot\rho\vec{u_\rho} + \rho\dot\theta\vec{u_\theta}\right)$

$$= \ddot\rho\,\vec{u_\rho} + \dot\rho\,\frac{d\vec{u_\rho}}{dt} + \dot\rho\dot\theta\,\vec{u_\theta} + \rho\ddot\theta\,\vec{u_\theta} + \rho\dot\theta\,\frac{d\vec{u_\theta}}{dt}$$

$$= \ddot\rho\,\vec{u_\rho} + \dot\rho\dot\theta\,\vec{u_\theta} + \dot\rho\dot\theta\,\vec{u_\theta} + \rho\ddot\theta\,\vec{u_\theta} - \rho\dot\theta^2\,\vec{u_\rho}$$

$$= \left(\ddot\rho - \rho\dot\theta^2\right)\vec{u_\rho} + \left(\rho\ddot\theta + 2\dot\rho\dot\theta\right)\vec{u_\theta}$$

si $\rho = \text{cste} \Rightarrow \dot\rho = 0$ et $\ddot\rho = 0$

$$\Rightarrow \vec\gamma = -\rho\dot\theta^2\,\vec{u_\rho} + \rho\ddot\theta\,\vec{u_\theta}$$

6 - $\vec\gamma = \vec{\gamma_N} + \vec{\gamma_T} = \gamma_N\cdot\vec{u_N} + \gamma_T\,\vec{u_T}$

avec $\vec{u_\rho} = -\vec{u_N}$ et $\vec{u_T} = \vec{u_\theta}$

$$\vec\gamma = \rho\dot\theta^2\,u_N + \rho\ddot\theta\,\vec{u_T}$$

Exercice 3 :

$M = 2Kg$; $\vec{OM} = \vec{r} = 3t^2\vec{i} - t^3\vec{j} + 3t\vec{k}$

1°/ $\vec{F}$? $\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = 6t\vec{i} - 3t^2\vec{j}$

$\vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt} = 6\vec{i} - 6t\vec{j}$

$\vec{F} = M\vec{\gamma} = 2.(6\vec{i} - 6t\vec{j}) = 12\vec{i} - 12t\vec{j}$

2°/ $\vec{\mathcal{M}^t_{/o}}\vec{F} = \vec{r}\wedge\vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3t^2 & -t^3 & +3t \\ 12 & -12t & 0 \end{vmatrix}$

$\vec{\mathcal{M}^t_{/o}}\vec{F} = 36t^2\vec{i} + 36t\vec{j} - 24t^3\vec{k}$ //

3°/ $\vec{P} = M\vec{V} = 2.(6t\vec{i} - 3t^2\vec{j}) = 12t\vec{i} - 6t^2\vec{j}$

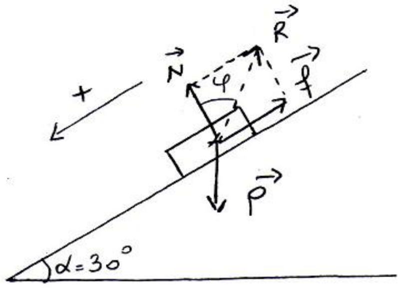
4°/ $\vec{\sigma} = \vec{r}\wedge m\vec{V} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3t^2 & -t^3 & 3t \\ 12t & -6t^2 & 0 \end{vmatrix}$

$= 12t^3\vec{i} + 18t^2\vec{j} - 6t^4\vec{k}$

$\frac{d\vec{\sigma}}{dt} = 36t^2\vec{i} + 3t\vec{j} - 24t^3\vec{k}$ // $= \mathcal{M}^t_{/o}\vec{F}$

Le théorème du moment cinétique est vérifié

Exercice 4 :



1°/ le mouvement est rectiligne uniformément varié d'équation

$$V_2^2 - V_1^2 = 2\gamma(x_2 - x_1) \quad 0,5$$

d'où $$\gamma = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2(x_2 - x_1)} \quad 0,5$$

A.N) $$\gamma = \frac{4-1}{2 \times 0,5} = 3\ m/s^2 \quad 0,5$$

La R.F.D s'écrit : $\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m\vec{\gamma} \quad \text{ou} \quad \vec{P} + \vec{N} + \vec{f} = m\vec{\gamma}. \quad 0,5$$

proj/x'x : $P_x - f = m\gamma$. (1) 0,5

proj/y'y : $P_y - N = 0$ (2) 0,5

(2) $\Rightarrow N = P_y = mg\cos\alpha$.

or $\sigma_c = tg\varphi = \dfrac{f}{N}$ 0,5 $\Rightarrow f = \sigma_c . N$. (2')

(1) et (2') $\Rightarrow \begin{cases} f = mg\sin\alpha - m\gamma. \\ f = \sigma_c . mg\cos\alpha. \end{cases}$

d'où $mg\sin\alpha - m\gamma = \sigma_c . mg\cos\alpha$.

$$\sigma_c = \frac{g\sin\alpha - \gamma}{g . \cos\alpha.} \quad 0,5$$

---

*) $\sigma_c = \dfrac{10 \cdot 0{,}5 - 3}{10 \cdot 0{,}866} \Rightarrow \sigma_c = 0{,}231.$ 0,5

2°/ a- $W(\vec{P}) = \int \vec{P} \cdot d\vec{r}$ 0,25

$$\vec{P} \cdot d\vec{r} = \begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dx \\ dy = 0 \end{pmatrix} = P_x \cdot dx$$ 0,25

$$W(\vec{P}) = \int P_x \cdot dx = \int mg \sin\alpha \cdot dx = mg \sin\alpha \cdot x.$$ 0,5

b- $W(\vec{f}) = \int -f \cdot dx = \int -\sigma_c \cdot mg \cos\alpha . dx.$ 0,25

$= -\sigma_c \, mg \cdot \cos\alpha \cdot x.$ 0,5

le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Sigma W(\vec{F}) = \Delta E_c = E_{c_2} - E_{c_1}.$$ 0,5

$$W(\vec{P}) + W(\vec{f}) + \underset{0}{W(\vec{N})} = E_{c_2} - E_{c_1}.$$ 0,5

$$\cancel{m}g \sin\alpha \cdot x - \sigma_c \cdot \cancel{m}g \cos\alpha \cdot x = \frac{1}{2} \cancel{m} V_2^2 - \frac{1}{2} \cancel{m} V_1^2$$

$$\sigma_c = \frac{g \sin\alpha \cdot x - \frac{1}{2} V_2^2 + \frac{1}{2} V_1^2}{g \cos\alpha \cdot x}$$

$$\sigma_c = \frac{g \sin\alpha \cdot x - \frac{1}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right)}{g \cdot \cos\alpha \cdot x}.$$

A.N) $\sigma_c = \dfrac{10 \times 0{,}5 \cdot 0{,}5 - \frac{1}{2}(4-1)}{10 \cdot 0{,}866 \cdot 0{,}5}.$

$\sigma_c = 0{,}231.$ 0,25
