Université Abou Bekr Belkaïd de Tlemcen
Faculté de Technologie
Département de Génie Civil

Date : 15-01-2018
Horaire : 11h-12H30
Niveau : M1 VOA

EXAMEN FINAL DE DYNAMIQUE DES STRUCTURES

Partie 1 : Questions de Cours (8 pts)

Nom et Prénoms	Date de naissance
....	....

1. En analyse dynamique, les modèles utilisés sont les modèles

☐ continu et généralisé ☐ déterministe et aléatoire

☐ analytique et mathématique ☐ éléments finis et déterministe

2. La fréquence naturelle circulaire dépend

☐ du type de vibration ☐ du type de vibration et d'amortissement

☐ du type d'amortissement ☐ ni de l'un ni de l'autre

3. Un système est dit « sur-amorti » si l'expression sous le radical de la solution de l'équation caractéristique est

☐ complexe ☐ négative

☐ nulle ☐ positive

4. La réponse en vibration libre d'un système à amortissement critique

☐ ne présente aucune oscillation ☐ produit de fortes oscillations

☐ produit de faibles oscillations ☐ produit des oscillations décroissantes

5. Un chargement impulsif est une action

☐ aléatoire ☐ déterministe

☐ harmonique ☐ périodique

6. Les systèmes sur-amortis ne présentent pas d'intérêt pratique pour l'ingénieur civil car les structures réelles ont un coefficient d'amortissement

☐ $\xi \geq 1$ ☐ $0 < \xi < 1$

☐ $\xi > 1$ ☐ $0 \leq \xi \leq 1$

7. L'angle de déphasage mesure

☐ le retard de la réponse % à l'excitation ☐ la constante d'Euler

☐ l'amplitude du mouvement ☐ la fréquence de vibration amortie

8. En pratique, la présence de l'amortissement fera tôt au tard disparaître

☐ les oscillations libres ☐ l'amplitude du mouvement

☐ la solution permanente ☐ la résonance

Université Abou Bekr Belkaïd de Tlemcen | **Date : 15-01-2018**
Faculté de Technologie | **Horaire : 11h-12H30**
Département de Génie Civil | **Niveau : M1 VOA**

EXAMEN FINAL DE DYNAMIQUE DES STRUCTURES

Partie 2 : Exercices (12 pts)

Exercice 1 : (3 pts)

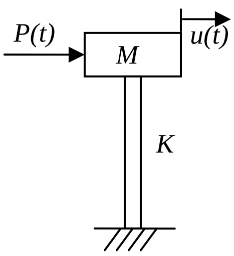
Une structure est constituée de deux poteaux (encastré – articulé) identiques de hauteur $h = 4{,}5m$ et de section carrée $(a * a)$, et d'une poutre infiniment rigide de longueur $l = 3m$. La masse de la structure, de $1000kg$, est concentrée au niveau de la poutre.

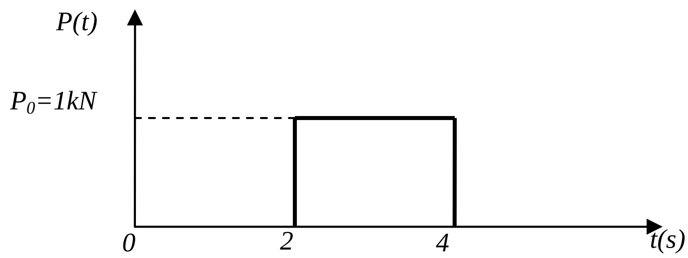
1. Déterminer le facteur d'amortissement si, lors de la réponse en vibration libre de cette structure, le rapport entre deux pics successifs est de 1,37.
2. Déterminer l'expression (en fonction de $m, h, \overline{\omega}, E$) et la valeur de la dimension « a » nécessaire pour induire la résonance dans la structure sachant que $E = 2 * 10^4 mPa$.

Exercice 2 : (3,5 pts)

La structure schématisée ci-dessous est soumise à une excitation $P(t)$ avec les conditions initiales $x(0) = 2cm$ et $\dot{x}(0) = 1cm/s$. Si la masse de la structure $M = 1000kg$, la rigidité $K = 1kN/cm$ et l'amortissement $C = 0$. Déterminer :

1. La pulsation, la fréquence et la période de cette structure.
2. Les déplacements à $t = 1\sec$, et $t = 3\sec$ en utilisant la méthode de l'intégrale de Duhamel.





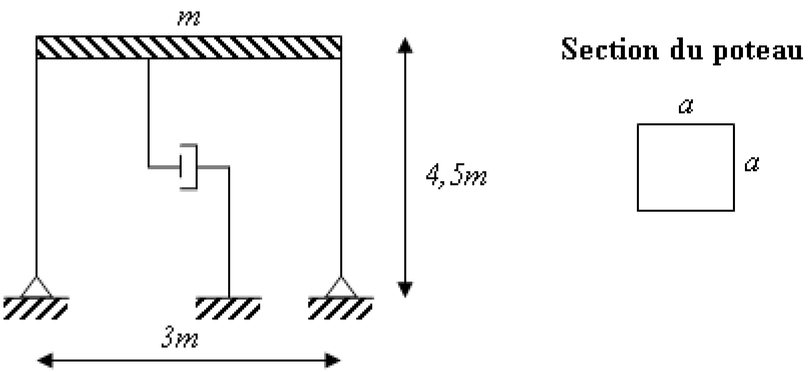
Exercice 3 : (5,5 pts)

Un système à un seul degré de liberté amorti de rigidité égale à $4400kN/m$ et de masse égale à $5t$ est soumis à une force harmonique $P(t) = 30\cos 35t$. Le facteur d'amortissement est de $\xi = 10\%$.

1. Calculer le déplacement maximum du système dû à cette charge en régime permanant.
2. Donner l'expression du déplacement total si le système est initialement au repos.
3. Quel serait le déplacement relatif maximum de ce portique si le mouvement de la force entrait en résonance avec celui du système?

Bon courage ;
Karim HAMDAOUI

Solution de l'exercice 1 :



1. Détermination du facteur d'amortissement ξ

$$\boxed{\delta = \ln\left(\frac{u_n(t)}{u_{n+1}(t)}\right) = 2\pi\xi} \Rightarrow \xi = \frac{\delta}{2\pi} \Rightarrow \xi = \frac{\ln(1{,}37)}{2\pi} = 0{,}05 \Rightarrow \boxed{\xi = 5\%}$$ **(1,0)**

2. Détermination de la dimension « *a* » nécessaire pour induire la résonance

La résonance $\Rightarrow \omega = \overline{\omega}$

$\omega = \overline{\omega} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \overline{\omega}^2 = \frac{k}{m}$ avec $k = 2*\frac{3EI}{h^3} = 2*\frac{3Ea^4}{12*h^3} = \frac{Ea^4}{2h^3}$ (poteau articulé – encastré)

$\overline{\omega}^2 = \frac{Ea^4}{2mh^3} \Rightarrow a^4 = \frac{2mh^3\overline{\omega}^2}{E}$

Donc :

$$\boxed{a = \left(\frac{2mh^3\overline{\omega}^2}{E}\right)^{1/4}}$$ **(1,0)**

$$a = \left(\frac{2*1*4{,}5^3*30^2}{2*10^4*10^3}\right)^{1/4} \Rightarrow \boxed{a = 30cm}$$ **(1,0)**

Solution de l'exercice 2 :

1. Détermination de la pulsation, la fréquence et la période de cette structure

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{1*10^2}{1000*10^{-3}}} = 10 rad/s \quad \textbf{(0,5)}$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 1{,}59 Hz \quad \textbf{(0,5)}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} = 0{,}625 s \quad \textbf{(0,5)}$$

2. Le déplacement à $t = 1\sec$: $0 < t < 2$

$$u(t) = u(0)\cos\omega t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega}\sin\omega t + \frac{1}{m\omega}\int_0^t p(\tau)\sin\omega(t-\tau)d\tau$$

$$u(t) = u(0)\cos\omega t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega}\sin\omega t \quad \textbf{(0,5)}$$

$$u(1) = 2\cos 10*(1) + \frac{1}{10}\sin 10*(1) = -1{,}73 cm \quad \textbf{(0,5)}$$

3. Le déplacement à $t = 3\sec$: $0 < t < 4$

$$u(t) = u(0)\cos\omega t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega}\sin\omega t + \frac{1}{m\omega}\int_0^t p(\tau)\sin\omega(t-\tau)d\tau$$

$$u(t) = u(0)\cos\omega t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega}\sin\omega t + \frac{1}{m\omega}\int_2^t p_0\sin\omega(t-\tau)d\tau$$

$$u(t) = u(0)\cos\omega t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega}\sin\omega t + \frac{p_0}{m\omega}\frac{-1}{-\omega}\left[\cos\omega(t-\tau)\right]_2^t$$

$$u(t) = u(0)\cos\omega t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega}\sin\omega t + \frac{p_0}{k}\left[1-\cos\omega(t-2)\right] \quad \textbf{(0,5)}$$

$$u(3) = 2\cos 10*(5) + \frac{1}{10}\sin 10*(3) + \frac{1}{1}\left[1-\cos 10*(3-2)\right] = 2{,}05 cm \quad \textbf{(0,5)}$$

Solution de l'exercice 3 :

1. Déplacement maximum du système dû à la charge en régime permanant

$$u_{\max} = \frac{P_0 D}{k}$$
$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\beta^2\right)^2 + \left(2\xi\beta\right)^2}}$$
$$r = \frac{\varpi}{\omega}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{4400}{5}} = 29{,}66\,rad/s$$ **(0,5)**
$$\beta = \frac{\varpi}{\omega} = \frac{35}{29{,}66} = 1{,}18$$ **(0,5)**
$$D = \frac{1}{\sqrt{\left(1-r^2\right)^2 + \left(2\xi r\right)^2}} = 2{,}22$$ **(0,5)**
$$u_{\max} = \frac{P_0 D}{k} = 0{,}0151m$$ **(0,5)**

2. Expression du déplacement total pour un système initialement au repos

$$u(t) = e^{-\xi\omega t}\left(A\cos\omega_d t + B\sin\omega_d t\right) + u_{\max}\cos(\varpi t - \theta)$$
$$\omega_d = \omega\sqrt{1-\xi^2} = 29{,}5\,rad/s$$ **(0,5)**
$$tg\theta = \frac{2\xi r}{1-r^2} \;\Rightarrow\; \theta = -0{,}54\,rad$$ **(0,5)**
$u(0) = 0 \;\Rightarrow\; A = -0.013m$ et $\dot{u}(0) = 0 \;\Rightarrow\; B = -0.01m$ **(0,5)**
$$u(t) = e^{-2{,}966t}\left(-0{,}013\cos 29{,}5t - 0{,}01\sin 29{,}5t\right) + 0{,}051\cos(35t + 0{,}54)$$ **(0,5)**

3. Déplacement relatif max si le mouvement de la force entrait en résonance avec le système

Si $\varpi = \omega$

$r = 1$ **(0,5)**
$$D = \frac{1}{2\xi} = 5$$ **(0,5)**
$$u_{\max} = \frac{P_0 D}{k} = 0{,}034m$$ **(0,5)**